УДК: 519.7

МЕТОДИ ЕВОЛЮЦІЙНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ – ГРАДІЄНТНА СТРАТЕГІЯ

Студ. К.М. Павлюк, гр. БЕК1-17
Науковий керівник доц. О.Л. Блохін
Київський національний університет технологій та дизайну

***Мета*:** дослідження методу еволюційної оптимізації – градієнтної стратегії та застосовування його на практиці.

***Завдання*:** дослідити методи знаходження екстремальних значень нелінійних функцій та функцій, що не можна задати аналітично.

Об'єкт: градієнтна стратегія, як один із методів еволюційної оптимізації.

***Методи дослідження*:** методи математичного аналізу (диференціальне та інтегральне числення), методи математичної оптимізації.

***Практичне значення отриманих результатів*:** пошук екстремального значення нелінійних функцій з обмеженнями і без них, а також тоді, коли аналітичний вид функції взагалі невідомий має широке застосування в практичних, економічних задачах.

У міру вдосконалення обчислювальної техніки все більше розширюються її можливості і, як наслідок, безперервно зростає значення методів оптимізації, заснованих на різних ідеях перебору і аналізу варіантів. Методи еволюційної оптимізації головним чином використовуються в тих випадках, коли складання моделі неможливо по технічним або невигідно з економічних причин; при наявності моделі, точність якої нижче необхідної; при великій розмірності задачі оптимізації та наявності великої кількості локальних екстремумів. Всі методи еволюційної оптимізації засновані на ітераційних процедурах, за допомогою яких змінні управління коригуються так, щоб в результаті досягти оптимуму критерію ефективності. Найважливішою характеристикою стратегії є швидкість досягнення оптимуму (збіжність).

Широке поширення отримали методи оптимізації, засновані на градієнтній стратегії пошуку екстремуму. Градієнтні методи оптимізації відносяться до чисельних методів пошукового типу. Вони універсальні, добре пристосовані для роботи з сучасними цифровими обчислювальними машинами і в більшості випадків досить ефективні при пошуку екстремального значення нелінійних функцій з обмеженнями і без них, а також тоді, коли аналітичний вид функції взагалі невідомий. Внаслідок цього градієнтні, або пошукові, методи широко застосовуються на практиці.

Сутність зазначених методів полягає у визначенні значень незалежних змінних, що дають найбільші зміни цільової функції. Техніка пошуку екстремуму заснована на розрахунках, які дозволяють визначити напрямок найбільш швидкої зміни оптимізуючого критерію. Якщо критерій заданий рівнянням: $F = F(x_1, x_1, ..., x_n)$, то його градієнт в точці $(x_1, x_1, ..., x_n)$ визначається вектором $gradF = (\frac{dF}{dx_1}, \frac{dF}{dx_2}, ..., \frac{dF}{dx_n})$.

Частинна похідна dF/dx_i пропорційна косинусу кута утвореного векторами градієнта з і-й віссю координат. При цьому

$$\cos(gradFx) = \left(\frac{dF}{dx_i}\right) \Bigg/ \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{dF}{dx_i}\right)^2}$$

Поряд з визначенням напряму градієнтного вектору основним питанням, що вирішуються при використанні градієнтних методів, є вибір кроку руху по градієнту. Величина кроку в напрямку grad F в значній мірі залежить від виду поверхні. Якщо крок занадто малий, будуть потрібні тривалі розрахунки; якщо занадто великий, можна проскочити оптимум. Розмір кроку Δx_i повинен задовольняти умову, при якій всі кроки від базисної точки лежать в тому ж самому напрямку, що і градієнт в базисної точці. Розміри кроку по кожній змінній x_i обчислюються з значень приватних похідних в базовій (початкової) точці:

$$\Delta x_i = {K\left(\frac{dF}{dx_i}\right)}\Big/{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{dF}{dx_i}\right)^2}},$$

де К - константа, яка визначає розміри кроку і однакова для всіх і-х напрямків. Тільки в базовій точці градієнт строго ортогональний до поверхні. Якщо ж кроки занадто великі в кожному і-й напрямку, вектор з базисної точки не буде ортогональним до поверхні в новій точці. Якщо вибір кроку був задовільним, похідна в наступній точці істотно близька до похідної в базисної точці. Для лінійних функцій градієнтний напрямок не залежить від положення на поверхні, для якої воно обчислюється. Якщо поверхня має вигляд $F = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3$, то $\frac{dF}{dx_1} = c_1 \frac{dF}{dx_2} = c_2 \frac{dF}{dx_3} = c_3$ і компонента градієнта в і-й направленні дорівнює

$$\frac{c_i}{\sqrt{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2}}$$

Для нелінійної функції напрямок градієнтного вектору залежить від точки на поверхні, в якій він обчислюється. Послідовність операцій при пошуку оптимуму в більшості випадків однакова і зводиться до наступного: а) вибирається базова точка; б) визначається напрямок руху від базисної точки; в) знаходиться розмір кроку; г) визначається наступна точка пошуку; д) значення цільової функції в даній точці порівнюється з її значенням в попередній точці; е) знову визначається напрямок руху та процедура повторюється до досягнення оптимального значення

***Висновки*:** градієнтний метод еволюційної оптимізації може бути застосований для знаходження екстремальних значень в тих випадках, коли не можливо або не доцільно застосовувати класичні методи.

Ключові слова: *методи еволюційної оптимізації, градієнтна стратегія, екстремум функції.*

ЛІТЕРАТУРА

1. Аттетков А. В, Галкин С. В., Зарубин В. С.. Методы оптимизации – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2003. – 440 с.
2. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации - М.: Факториал Пресс, 2002
3. Глебов Н. И., Кочетов Ю. А., Плясунов А. В. Методы оптимизации. – Новосибирск : Из-во Новосибирского ун-та, 2000. – 105 с
4. Статюха Г.О., Складанний Д.М., Бондаренко О.С. Вступ до планування оптимального експерименту. – К.: НТУУ «КПІ», 2011. – 124 с.