https://doi.org/DOI:10.30857/1813-6796.2019.5.6.

УДК 69.04(075.8)

ЛАЗАРЄВА Д. В.[1], КУРГАН І. В.[2]
[1]Одеська державна академія будівництва та архітектури
[2]Одеський національний політехнічний університет

ВІЛЬНІ КОЛИВАННЯ ОРТОТРОПНИХ ПЛАСТИН

Мета. *Розв'язання завдання про вільні коливання прямокутної ортотропної пластини методами граничних та скінчених елементів за будь-яких граничних умов.*

Методика. *Перетворення двовимірного диференціального рівняння вільних коливань ортотропной прямокутної пластини до одномірного. Визначення повної системи його фундаментальних рішень за допомогою чисельно-аналітичного методу граничних елементів. Реалізація алгоритму на прикладі конкретної пластини і порівняння з результатами скінчено-елементного аналізу в ANSYS.*

Результати. *Отримано рішення задачі про власні коливання прямокутної ортотропної пластини без будь-яких обмежень на характер закріплення її сторін. Отримано трансцендентне частотне рівняння, коріння якого дають повний спектр власних частот. Виконано моделювання та розрахунки ортотропної пластини методом скінчених елементів. Аналіз чисельних результатів, отриманих авторським методом, показує дуже гарну їхню збіжність із результатами скінчено-елементного аналізу. Для пластини із жорстким закріпленням трьох сторін при вільній четвертій стороні розбіжність трохи вище, чим для пластини із шарнірним обпиранням по контуру. При обох варіантах граничних умов спектр частот, обчислених методом граничних елементів, нижче, чим при розрахунках методом скінчених елементів.*

Наукова новизна. *Отримано аналітичні вирази фундаментальних функцій, які відповідають усім можливим варіантам рішення диференціального рівняння вільних коливань. Вперше наведено рішення завдання про вільні коливання прямокутної ортотропної пластини чисельно-аналітичним методом граничних елементів.*

Практична значимість. *Результати дозволяють розв'язати задачу про вільні коливання прямокутної ортотропної пластини двома методами за будь-яких граничних умов, в тому числі, і неоднорідних.*

Ключові слова: *частота, форма коливань, ортотропна пластина, метод граничних елементів, метод скінчених елементів, ANSYS.*

Вступ. У сучасних конструкціях все більш широке застосування знаходять анізотропні матеріали, серед яких слід виділити такі, у яких спостерігається відмінність пружних властивостей не у всіх напрямках, а тільки в трьох (іноді в двох) взаємно перпендикулярних напрямках. Ці матеріали називають ортотропними, і вони часто виявляються ефективними у багатьох типах конструкцій, в першу чергу, таких, що мають форму пластин.

В експлуатаційних умовах на пластини можуть діяти не тільки статичні навантаження, але і динамічні, що призводять до виникнення коливань. Основою розв'язання будь-якої задачі динаміки є вивчення власних коливань системи, бо частоти і форми таких коливань характеризують динамічну індивідуальність системи, яка проявляється при всіх інших видах коливань [1, 2]. Для визначення частот і форм власних коливань використовують різні підходи — загальні методи будівельної механіки (методи сил і переміщень) [3], метод скінчених різниць [4], метод скінчених елементів (МСЕ) [5] та ін. Кожний з цих методів має певні недоліки [6], тому пошук інших шляхів розв'язання завдань динаміки залишається актуальним. Таким шляхом може бути застосування чисельно-аналітичного методу граничних елементів (ЧА МГЕ) [7].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Незважаючи на очевидну актуальність проблеми, публікацій на цю тему порівняно мало. З ранніх робіт відзначимо статтю [8], де дається розвиток методу, запропонованого авторами до розрахунків ортотропних оболонок. Показане, що завдання про вільні коливання пластин різного обрису, що мають прямолінійну ортотропію, можуть бути зведені до аналогічних завдань вільних коливань ізотропних пластин. Це досягається введенням спеціального модуля зсуву. Метод ілюструється рядом прикладів. Частотні рівняння поперечних коливань однорідної ортотропної пластини-смуги, вільної від закріплення на протилежних сторонах, отримані в роботі [9].

С.О. Папков запропонував новий асимптотично точний розв'язок завдання про поперечні коливання прямокутної ортотропної пластини з вільними краями [10]. Загальний розв'язок рівняння коливань будується у формі суми рядів Фур'є з невизначеними коефіцієнтами, які зв'язані за допомогою однорідної квазірегулярної нескінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Приводяться приклади чисельної реалізації для реальних матеріалів. У статті С.В. Угримова [11] викладений аналітико-чисельний підхід до дослідження відгуку багатошарових ортотропних пластин при імпульсному впливі. Поведінка пластини описана рівняннями тривимірної теорії пружності. Відповідно до пропонованого підходу шукані функції переміщень представляються у вигляді розкладань у ряди Фур'є в тангенціальних напрямках, а похідні від цих функцій у поперечному напрямку заміняються їхнім скінчено-різницевим уявленням. Можливості пропонованого підходу ілюструються на тестовому прикладі розрахунків напружено-деформованого стану в товстій двошаровій пластині при імпульсному навантаженні.

Роботи закордонних авторів побудовані переважно на використанні чисельних методів, причому, найчастіше зустрічається метод скінчених елементів і його модифікації.

Так, в [12] на основі уточнених теорій пластин вільні коливання ортотропних пластин аналізуються з використанням методу диференціального перетворення (DTM) і методу колокацій Тейлора. Завдання вирішується тільки для граничних умов Леві. У статті [13] розглядається аналіз коливань і стійкості товстих ортотропних пластин з використанням скінчених елементів на основі гібридної формули Треффца. Метод скінчених елементів типу Треффца (TFEM) для розв'язку деяких потенційних завдань в ортотропних середовищах використовує К. Янг [14]. Метод граничних елементів у класичній формі використаний в [15]. Тут фундаментальні розв'язки для ортотропних товстих пластин з урахуванням деформації поперечного зсуву отримані за допомогою методу оператора Нормана. Сформульовані граничні інтегральні рівняння, які адаптовані до довільних граничних умов. Наведені приклади чисельної реалізації.

Постановка завдання. Пропонується для розв'язку завдання про вільні коливання прямокутної ортотропної пластинки використовувати чисельно-аналітичний метод граничних елементів (ЧА МГЕ) [7]. Метод заснований на перетворенні інтегральних співвідношень методу початкових параметрів у систему лінійних алгебраїчних рівнянь. Його відрізняє уніфікований підхід до завдань статики, динаміки й стійкості. Відмінність цих трьох класів завдань полягає тільки в різних системах фундаментальних функцій.

Сутність ЧА МГЕ полягає в первісній дискретизації лінійної системи на найпростіші модулі. Після аналізу стану всіх модулів системи виконується їхній синтез і зворотний перехід до розглянутої системи. Під модулем розуміється стрижень — для стрижневих систем і узагальнений стрижень — для пластинчастих і оболонкових систем. Кожний модуль, як одномірне фізичне тіло, має тільки дві граничні точки — $x = 0$ і $x = l$. Метод опирається на розв'язок диференціальних рівнянь завдання у формі методу початкових параметрів. Для реалізації розроблених алгоритмів може використовуватися середовище MATLAB, DELPHI або будь-яке інше.

Метою даної роботи є розв'язок завдання про вільні коливання прямокутної ортотропної пластини при будь-яких варіантах граничних умов чисельно-аналітичним методом граничних елементів.

Результати дослідження. Диференціальне рівняння, що описує завдання динаміки ортотропної пластини, у загальному випадку має вигляд

$$\rho h w_t'' + D_1 w_x^{IV} + 2D_3 w_{xy}^{IV} + D_2 w_y^{IV} = q, \tag{1}$$

де w — прогин; ρ — щільність матеріалу; q — динамічне навантаження.

Тут циліндричні жорсткості визначаються, як наведено в [16].

При вільних коливаннях $q = 0$. Тому розв'язок рівняння (1) знайдемо у вигляді

$$w = w(x, y)\cos\omega t, \tag{2}$$

де ω — частота власних коливань.

Тоді (1) буде мати вигляд:

$$D_1 w_x^{IV} + 2D_3 w_{xy}^{IV} + D_2 w_y^{IV} - \rho h\omega^2 w = 0, \tag{3}$$

де $w = w(x, y)$ — функція двох змінних.

Функція $w(x, y)$, що є розв'язком рівняння (3), залежить від двох змінних, тому, згідно алгоритму застосованого методу, потрібно перейти до однієї змінної.

Варіаційне рівняння принципу можливих переміщень для згину ортотропної пластини має вигляд

$$\iint q\delta w dxdy = \iint \left(D_1 w_x^{IV} + 2D_3 w_{xy}^{IV} + D_2 w_y^{IV} \right) \delta w \, dxdy, \tag{4}$$

де δw — варіація можливого переміщення; q — навантаження.

Прогин w, що залежить від двох змінних, можна перетворити у ряд

$$w = \sum_{i=1}^{\infty} W_i\left(y\right) X_i\left(x\right). \tag{5}$$

Тут $W_i\left(y\right)$ — система функцій змінної y, яку потрібно знайти.

Вважаючи, що пластина що має нескінченне число ступенів волі в одному напрямку й один ступінь волі — в іншому, обмежимось варіацією прогину тільки по y:

$$\delta w = X_1\left(x\right)\delta W_1\left(y\right). \tag{6}$$

Тоді отримаємо

$$\int_0^l \left[\int_0^{l_1} \left(D_1 w_x^{IV} + 2D_3 w_{xy}^{IV} + D_2 w_y^{IV} - q \right) X_1\left(x\right) dx \right] \delta W_1\left(y\right) dy = 0, \tag{7}$$

звідки

$$\int_0^{l_1} \left(D_1 w_x^{IV} + 2D_3 w_{xy}^{IV} + D_2 w_y^{IV} - q \right) X_1\left(x\right) dx = 0. \tag{8}$$

Це рівняння є розвитком методу Фур'є поділу змінних. Щоб перейти до звичайного диференціального рівняння, помножити обидві частини (8) на $X_1(x)$, а потім проінтегруємо у межах ширини пластини. Функція прогинів w, що залежить від двох змінних, має кінцеве число максимумів і мінімумів та розривів 1-го роду, що забезпечує збіжність ряду (5).

Методи побудови систему функцій $X_i(x)$ наведені у [7].

В результаті отримаємо звичайне диференціальне рівняння

$$W^{1V} - 2r^2W'' + s^4W = 0. \tag{9}$$

Тут може бути чотири варіанти корінь відповідного характеристичного рівняння.

Аналітичні вираження фундаментальних функцій для всіх варіантів отримані в [17].

Рівняння власних коливань пластини має вигляд

$$\left|A_*(\omega)\right| = 0, \tag{10}$$

де A_* — квадратна матриця значень фундаментальних функцій.

Розв'язок трансцендентного рівняння (10) дозволяє знайти частоти і форми коливань.

Розглянемо **приклади**. Визначимо перші три частоти й форми коливань пластинки, виготовленої з лінійно пружного ортотропного матеріалу, при двох варіантах граничних умов — шарнірне обпирання по всім контуру (варіант 1) і жорстке закріплення пластинки по трьом сторонам при вільній четвертій стороні (варіант 2) (рис. 1).

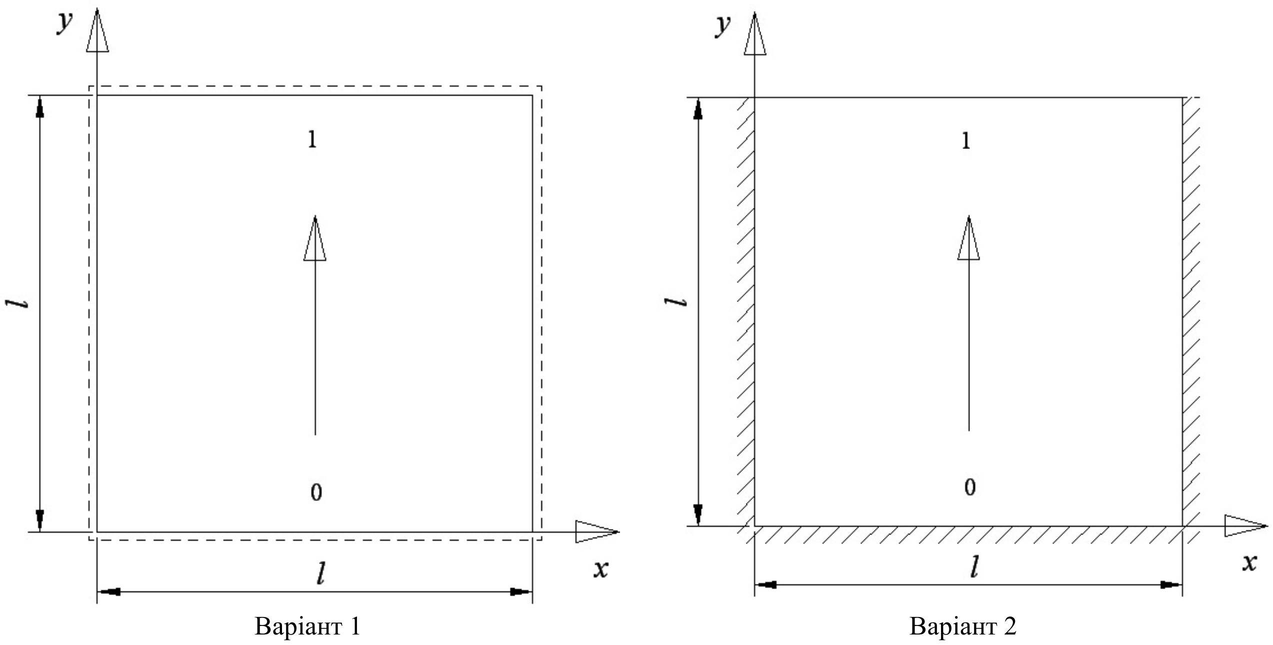


Рис. 1. **Два варіанти граничних умов**

Вихідні дані для розрахунку: модулі пружності — E_x = 5·10^3 МПа, E_y = 200·10^3 МПа, E_z = 50·10^3 МПа; модулі зсуву — G_{xy} = 12,5·10^3 МПа, G_{yz} = 25·10^3 МПа, G_{xz} = 50·10^3 МПа; коефіцієнти Пуассона — μ_{xz} = 0,1, μ_{yz} = 0,15, μ_{xy} = 0,0075; щільність — ρ = 2640 кг/м^3.

Чисельну реалізацію алгоритму ЧА МГЕ здійснено у програмі EXCEL. Результати наведено у табл. 1.

Таблиця 1

Частоти коливань, обчислені двома методами

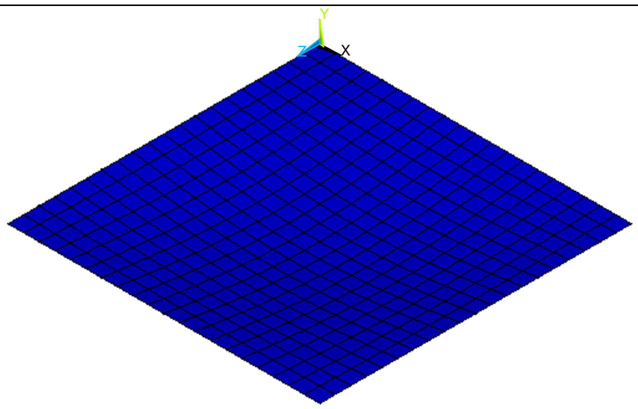
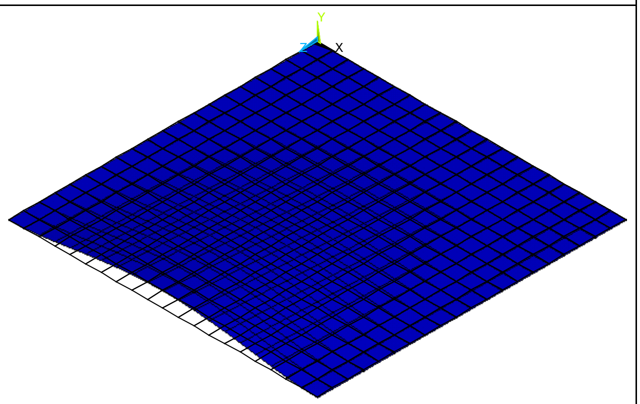
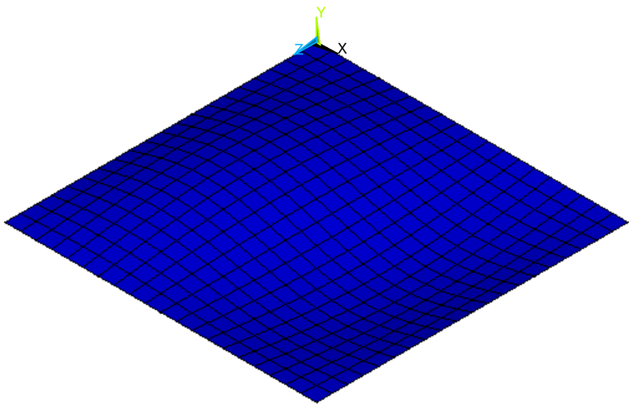
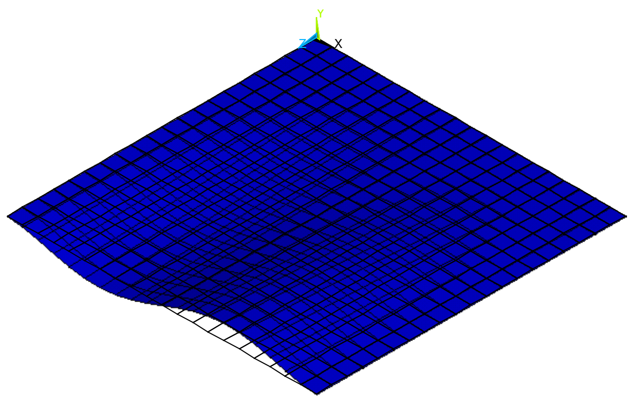
Частоти, c^{-1}	Варіант 1			Варіант 2		
	МГЕ	ANSYS	Розбіжність, %	МГЕ	ANSYS	Розбіжність, %
ω_1	1389,1	1390,8	0,12	772,5	774,2	0,22
ω_2	1909,2	1913,0	0,20	1566,4	1572,2	0,37
ω_3	2850,4	2858,1	0,27	2773,9	2790,2	0,58

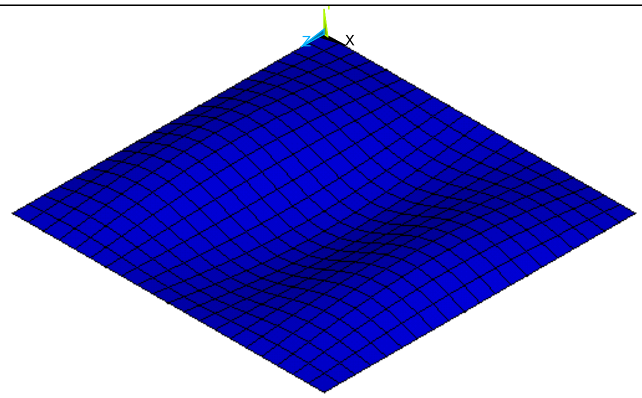
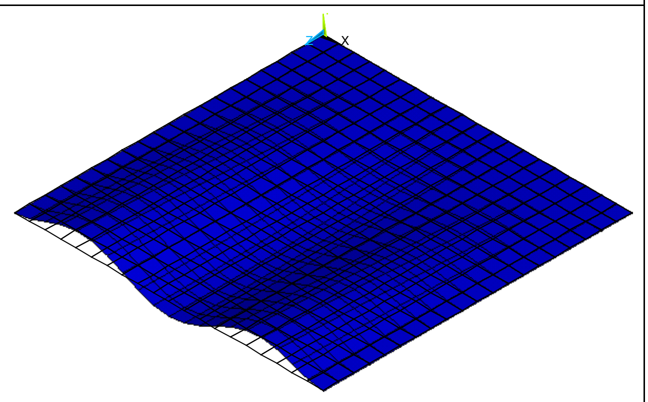
З метою верифікації отриманих результатів виконано моделювання та розрахунок пластин методом скінчених елементів у програмі ANSYS [18]. Результати цих розрахунків та їхня розбіжність з результатами, обчисленими методом граничних елементів, також наведені у табл. 1.

Форми коливань при двох різних граничних умовах наведені у табл. 2.

Таблиця 2

Форми коливань при різних граничних умовах

Варіант 1	*Варіант 2*
Перша форма	
	
Друга форма	
	

Третя форма	
	

Висновки. Таким чином, застосування чисельно-аналітичного методу граничних елементів дозволило отримати розв'язок завдання про вільні коливання прямокутної ортотропної пластини без будь-яких обмежень на характер закріплення її сторін. Отримане трансцендентне частотне рівняння, коріння якого дає повний спектр власних частот. Матриця фундаментальних функцій, яка є основою частотного рівняння, — сильно розріджена, що суттєво поліпшує стійкість чисельних операцій і забезпечує високу точність результатів.

Аналіз чисельних результатів, отриманих авторським методом, показує дуже гарну їхню збіжність із результатами скінчено-елементного аналізу. Для пластини із жорстким закріпленням трьох сторін при вільній четвертій стороні розбіжність трохи вище, чим для пластини із шарнірним обпиранням по контуру. Слід також зазначити, що при обох варіантах граничних умов спектр частот, обчислених методом граничних елементів, нижче, чим при розрахунках методом скінчених елементів.

Література

1. Баев, В. К. Теория колебаний: учебное пособие / В. К. Баев. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 348 с.
2. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара / Я.Г. Пановко. — М.: УРСС, 2015. — 272 с.
3. Старцева Л.В., Архипов В. Г., Семенов А.А. Строительная механика в примерах и задачах. Учебное издание. — М.: Изд-во АСВ, 2015. — 224 с.
4. Aniskin A., Kovrov A.V., Surianinov M.G., Shyliaiev O.S. Analytical and numerical methods of isotropic, ortotropic and ribbed plates calculation. — Croatia, 2018. — 240 с.
5. Маковкин Г.А., Лихачева С.Ю. Применение МКЭ к решению задач механики деформируемого твердого тела. Учебное пособие. Часть 1. — Н. Новгород: Изд-во

References

1. Baev, V. K. Teoriya kolebanij: uchebnoe posobie / V. K. Baev. Moskva: Izdatelstvo Yurajt, 2019. 348 p. [in Russian].
2. Panovko Ya.G. Osnovy prikladnoj teorii kolebanij i udara / Ya.G. Panovko. M.: URSS, 2015. 272 p. [in Russian].
3. Starceva L.V., Arhipov V. G., Semenov A.A. Stroitelnaya mehanika v primerah i zadachah. Uchebnoe izdanie. M.: Izd-vo ASV, 2015. 224 p. [in Russian].
4. Aniskin A., Kovrov A.V., Surianinov M.G., Shyliaiev O.S. Analytical and numerical methods of isotropic, ortotropic and ribbed plates calculation. Croatia, 2018. 240 p.
5. Makovkin G.A., Lihacheva S.Yu. Primenenie MKE k resheniyu zadach mehaniki deformiruemogo tverdogo tela. Uchebnoe posobie. Chast 1. N. Novgorod: Izd-vo NNGASU, 2012. 71 p. [in Russian].

ННГАСУ, 2012. — 71 с.
6. Теория упругости: основные положения: учеб. пособие / В. В. Стружанов, Н. В. Бурмашева; Урал. федер. ун-т. — Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2019. — 204 с.
7. Крутій Ю.С., Сур'янінов М.Г., Чучмай О.М. Методи розрахунку циліндричних оболонок — Одеса: ОДАБА, 2018. — 183 с.
8. Андрианов И.В., ДанишевскийВ.В., Иванков А.О. Асимптотические методы в теории колебаний балок и пластин. — Днепропетровск: Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры, 2010. — 216 с.
9. Егорычев О.А. Поперечные собственные колебания ортотропной пластины-полосы со свободными краями / Егорычев О.А., Егорычев О.О., Брендэ В.В. // М.: Вестник МГСУ. – 2012. – № 7. – С. 26–30.
10. Papkov S.O. Vibrations of a rectangular orthotropic plate with free edges: Analysis and solution of an infinite system / Papkov S.O. // Acoustical Physics. – 2015. – Vol. 61. – № 2. – P. 136-143.
11. Угримов С. В. Анализ нестационарных колебаний многослойных ортотропных пластин по трехмерной теории / С. В. Угримов // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов. – 2015. – Вып. 4. – С. 145 -153.
12. Faisal M. Mukhtar. Free vibration analysis of orthotropic plates by differential transform and Taylor collocation methods based on a refined plate theory / Faisal M. Mukhtar // Archive of Applied Mechanics. – 2017. – Volume 87. – Issue 1. – P. 15-40.
13. J. Petrolito. Vibration and stability analysis of thick orthotropic plates using hybrid-Trefftz elements / J. Petrolito // Applied Mathematical Modelling. – 2014. – Volume 38. – Issue 24. – P. 5858-5869.
14. K.Y. Wang. Trefftz-type FEM for solving orthotropic potential problems / K.Y. Wang, P.C. Li, D.Z. Wang // Latin American Journal of Solids and Structures. – 2014. – 11. – P. 2537-2554.
15. Wang Jianguo. Boundary element method for orthotropic thick plates / Wang Jianguo, Huang

6. Teoriya uprugosti: osnovnye polozheniya: ucheb. posobie / V. V. Struzhanov, N. V. Burmasheva; Ural. feder. un-t. Ekaterinburg: Izd-vo Ural. un-ta, 2019. 204 p. [in Russian].
7. Krutij Yu.S., Sur'yaninov M.G., Chuchmaj O.M. Metodi rozrahunku cilindrichnih obolonok Odesa: ODABA, 2018. 183 p. [in Ukrainian].
8. Andrianov I.V., DanishevskijV.V., Ivankov A.O. Asimptoticheskie metody v teorii kolebanij balok i plastin. Dnepropetrovsk: Pridneprovskaya gosudarstvennaya akademiya stroitelstva i arhitektury, 2010. 216 p. [in Russian].
9. Egorychev, O.A., Egorychev, O.O. (2012). Poperechnye sobstvennye kolebaniya ortotropnoj plastiny-polosy so svobodnymi krayami [Transverse eigenoscillations of an orthotropic plate-strip with free edges]. M.: Vestnik MGSU, № 7., 26 - 30. [in Russian].
10. Papkov, S.O. (2015) Vibrations of a rectangular orthotropic plate with free edges: Analysis and solution of an infinite system. Acoustical Physics, Vol. 61, № 2, 136-143.
11. Ugrimov, S. V. (2015) Analiz nestacionarnyh kolebanij mnogoslojnyh ortotropnyh plastin po trehmernoj teorii [Analysis of unsteady oscillations of multilayer orthotropic plates according to three-dimensional theory]. Voprosy proektirovaniya i proizvodstva konstrukcij letatelnyh apparatov, № 4, 145-153. [in Russian].
12. Faisal, M. Mukhtar. (2017). Free vibration analysis of orthotropic plates by differential transform and Taylor collocation methods based on a refined plate theory. Applied Mathematical Modelling, Vol. 87, Issue 1, 15–40.
13. Petrolito, J. (2014). Vibration and stability analysis of thick orthotropic plates using hybrid-Trefftz elements. Applied Mathematical Modelling, Volume 38, Issue 24, 5858-5869.
14. Wang, K.Y., Li, P.C., Wang, D.Z. (2014) Trefftz-type FEM for solving orthotropic potential problems. Latin American Journal of Solids and Structures, 11, 2537-2554.
15. Wang, Jianguo, Huang, Maokuang. (1991). Boundary element method for orthotropic thick plates. Acta Mechanica Sinica, Vol.7, No.3,

Maokuang // Acta Mechanica Sinica. – 1991. – Vol.7. – No.3. – P. 258–266.
16. Cheng A.H.-D. Poroelasticity. Springer International Publishing, Switzerland, 2016. – 893 p.
17. Балдук П.Г. Fundamental solutions of the problem on ortotropic plates vibrations / П.Г. Балдук, Н.Г. Сурьянинов, Т.С. Маковкина // European Journal of Technical and Natural Science. – 2018. – №2. – С. 29-32.
18. Федорова Н.Н. Основы работы в ANSYS 17 / Н.Н. Федорова, С.А. Вальгер, М.Н. Данилов, Ю.В. Захарова – М.: ДМК Пресс, 2017. – 210 с.

258–266.
16. 16. Cheng A.H.-D. Poroelasticity. Springer International Publishing, Switzerland, 2016. 893 p.
17. Balduk, P.G., Suryaninov, N.G., Makovkina, T.S. (2018). Fundamental solutions of the problem on ortotropic plates vibrations. European Journal of Technical and Natural Science, №2, 29-32.
18. Fedorova, N.N., Valger, S.A., Danilov, M.N., Zaharova, Yu.V. (2017). Osnovy raboty v ANSYS 17. M.: DMK Press. [in Russian].

LAZARIEVA DYNA

ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5747-2514
Department of Information Technology and Applied Mathematics Odessa State Academ y of Civil Engineering and Architecture

KURHAN IRYNA

ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0048-3685
Department of technical means of study
Odessa National Polytechnic University

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ОРТОТРОПНЫХ ПЛАСТИН

ЛАЗАРЕВА Д. В.[1], КУРГАН И. В.[2]
[1]*Одесская государственная академия строительства и архитектуры*
[2]*Одесский национальный политехнический университет*

Цель. *Решение задачи о свободных колебаниях прямоугольной ортотропной пластины методами граничных и конечных элементов при любых граничных условиях.*

Методика. *Преобразование двумерного дифференциального уравнения свободных колебаний ортотропной прямоугольной пластины к одномерному. Определение полной системы его фундаментальных решений с помощью численно-аналитического метода граничных элементов. Реализация алгоритма на примере конкретной пластины и сравнение с результатами конечно-элементного анализа в ANSYS.*

Результаты. *Получено решение задачи о собственных колебаниях прямоугольной ортотропной пластины без любых ограничений на характер закрепления ее сторон. Получено трансцендентное частотное уравнение, корни которого дают полный спектр собственных частот. Выполнено моделирование и расчеты ортотропной пластины методом конечных элементов. Анализ численных результатов, полученных авторским методом, показывает очень хорошую их сходимость с результатами конечно-элементного анализа. Для пластины с жестким закреплением трех сторон при свободной четвертой стороне расхождение несколько выше, чем для пластины с шарнирным опиранием по контуру. При обоих вариантах граничных условий спектр частот, рассчитанных методом граничных элементов, ниже, чем при расчетах методом конечных элементов.*

Научная новизна. *Получены аналитические выражения фундаментальных функций, которые отвечают всем возможным вариантам решения дифференциального уравнения свободных колебаний. Впервые приведено решение задачи о свободных колебаниях прямоугольной ортотропной пластины численно-аналитическим методом граничных элементов.*

Практическая значимость. *Результаты позволяют решить задачу о свободных колебаниях прямоугольной ортотропной пластины двумя методами при любых граничных условиях, в том числе, и неоднородных.*

Ключевые слова: *частота, форма колебаний, ортотропная пластина, метод граничных элементов, метод конечных элементов, ANSYS.*

FREE OSCILLATIONS OF ORTHOTROPIC PLATES

LAZARIEVA D. V.[1], KURHAN I. V.[2]

[1]*Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture*
[2]*Odessa National Polytechnic University*

Goal. *The solution of the problem of free vibrations of a rectangular orthotropic plate by the methods of boundary and finite elements under any boundary conditions.*

Methodology. *Transformation of the two-dimensional differential equation of free vibrations of an orthotropic rectangular plate to one-dimensional. Determination of the complete system of its fundamental solutions using the numerical-analytical method of boundary elements. Implementation of the algorithm on the example of a specific plate and comparison with the results of finite element analysis in ANSYS.*

Results. *The solution to the problem of natural vibrations of a rectangular orthotropic plate is obtained without any restrictions on the nature of the fixing of its sides. A transcendental frequency equation is obtained whose roots give the full spectrum of natural frequencies. The modeling and calculations of the orthotropic plate by the finite element method are performed. An analysis of the numerical results obtained by the author's method shows a very good convergence with the results of finite element analysis. For a plate with rigid fastening of three sides with a free fourth side, the discrepancy is slightly higher than for a plate with a hinged support along the contour. Under both variants of the boundary conditions, the frequency spectrum calculated by the boundary element method is lower than in the finite element calculations.*

Scientific novelty. *Analytical expressions of fundamental functions are obtained that correspond to all possible solutions to the differential equation of free oscillations. For the first time, a solution to the problem of free vibrations of a rectangular orthotropic plate is presented by the numerical-analytical method of boundary elements.*

Practical significance. *The results allow us to solve the problem of free vibrations of a rectangular orthotropic plate by two methods under any boundary conditions, including inhomogeneous ones.*

Keywords: *frequency, waveform, orthotropic plate, boundary element method, finite element method, ANSYS.*