УДК 004.021

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ГРАДІЄНТНИХ МЕТОДІВ ОПТИМІЗАЦІЇ

В.М. Яхно, кандидат технічних наук, доцент
Київський національний університет технологій та дизайну
О.С. Хвалько, магістрант
Київський національний університет технологій та дизайну
О.М. Павленко, магістрант
Київський національний університет технологій та дизайну

Ключові слова: яружні функції, крок алгоритмів спуску, яружний крок алгоритмів спуску, швидкість збіжності алгоритмів спуску.

Градієнтні методи (існує величезна кількість модифікацій цих алгоритмів) є базовими засобами для побудови чисельних методів розв'язання класичної задачі математичного аналізу *задача відшукання безумовного екстремуму диференційовної функції* $z=f(\boldsymbol{x})$, $\boldsymbol{x}\in E^n$, $f(\boldsymbol{x})\in E^1$. Теоретичні оцінки якості цих алгоритмів отримані для функцій, що добре апроксимуються параболоїдом обертання [1,2,3].

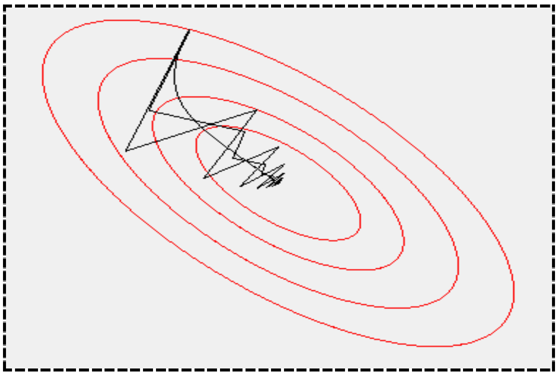

Рисунок 1-Траєкторії найшвидшого градієнтного спуску, з дробленням кроку та постійним кроком для квадратичної функції, що добре відповідає вимогам теоретичних оцінок для швидкості збіжності.

Це незначна область застосувань цих алгоритмів. Мета дослідження розробити програмний засіб, що дозволяє дослідити і порівняти експериментально ефективність різних варіантів програмної реалізації алгоритмів, що використовують градієнт в якості напрямку спуску. Варіанти пов'язані з різноманітними стратегіями вибору кроків алгоритмів спуску а використання напрямку, що визнає градієнт. Ефективність різних варіантів визначається для найскладнішого випадку – функції Розенброка. Для ефективності алгоритмів важливим також є особливості програмної реалізації алгоритмів, що використовують градієнт в якості напрямку спуску. Предметом дослідження є питання пов'язані з порівняльним аналізом найбільш поширених та обґрунтованих технологій вибору та обчислення напрямків та кроків які використовують алгоритми, що відповідають наведеній схемі.

Тому важливими є питання пов'язані з порівняльним аналізом найбільш поширених та обґрунтованих технологій вибору напрямків та кроків які використовують алгоритми, що відповідають схемі

$$x_{k+1} = x_k - h_k\, v'(x_k),\ k = 0, 1 \tag{1}$$

Ця проблема визначає коло задач які можуть бути досліджені і є однією з найбільш важливих в нелінійному програмуванні. В наш час не має теоретичного розв'язку. Теоретичну якість алгоритмів спуску для задач нелінійного програмування характеризують параметром що визначає наступна залежність

$$\| x^{j+1} - x^*\| <= g_j \|x^j - x^*\| \quad \text{або} \quad \| x^{j+1} - x^*\| <= g \|x_j - x^*\|^2 \tag{2}$$

Залежність визначає класи швидкості збіжності алгоритмів. Теоретична оцінка (якість) алгоритмів не завжди збігається з практичними результатами і це підтверджено програмою, що була запропонована.

В випадку квадратичних функцій ефективність найшвидшого градієнтного спуску, з дробленням кроку та постійним кроком приблизно однакова і відповідає лінійній швидкості збіжності.

Для функції Розенброка ефективність найшвидшого градієнтного спуску залежить від початкової точки і в більшості випадків гірше ніж з дробленням кроку та регулюванням кроку

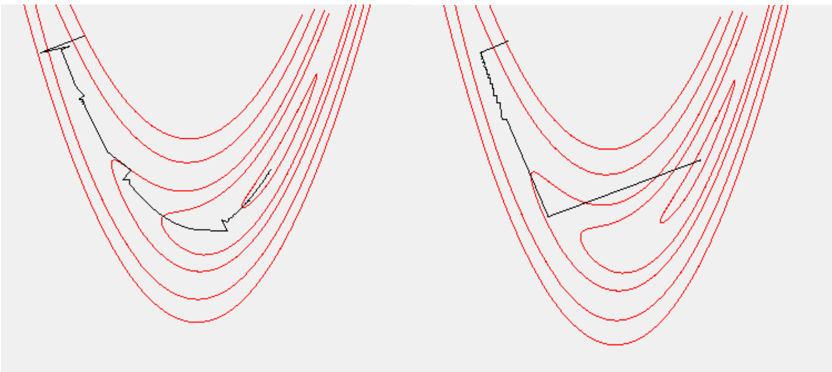

Рисунок 2-Траекторії градієнтного спуску з регулюванням кроку та найшвидшого градієнтного спуску для функції Розенброка

На Рис.2 остання ітерація результат мінімізації функції в напрямку градієнта на не унімодальному інтервалі. Швидке рішення було отримано завдяки цьому алгоритму. На основі аналізу даних експериментальних досліджень, можна стверджувати, що найбільш надійними засобами отримання результатів є алгоритм з регулюванням кроку або алгоритм з дробленням кроку якщо використовується нормований градієнт.

Список використаних джерел

1. Гасников А. В Современные численные методы оптимизации. Метод универсального градиентного спуска. / А. В. Гасников //Издательство МФТИ, 2018, 141 с.

2. Нестеров Ю.Е. Методы выпуклой оптимизации. / Ю.Е. Нестеров //Издательство МЦНМО, 2010, 241 с.