

УДК 674.053.23

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОГО  
ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕМЕНТА НИТИ НА ТОРЦЕВЫХ УЧАСТКАХ  
ВИТКА КАНАВКИ МОТАЛЬНОГО БАРАБАНЧИКА\***

*И. А. ЯКУБИЦКАЯ, В. В. ЧУГИН, В. Ю. ЩЕРБАНЬ*

(Херсонский индустриальный институт, Государственная академия легкой промышленности Украины)

Из [3] основное уравнение динамики применительно к точке раскладки элемента нити, сосредоточенного в точке  $M_i$  (рис. 1), на торцевых участках канавки мотального барабанчика имеет вид

$$dm a_r = \sum_{k=1}^n dF_k + dF_e^i + dF_{k.}^i \quad (1)$$

где  $dm$  — масса элемента нити  $dS$ ;

$a_r$  — абсолютное ускорение элемента  $dS$  нити в относительном движении по линии канавки;

\* Продолжение. Начало см. в № 4, 5 за 1997 г.

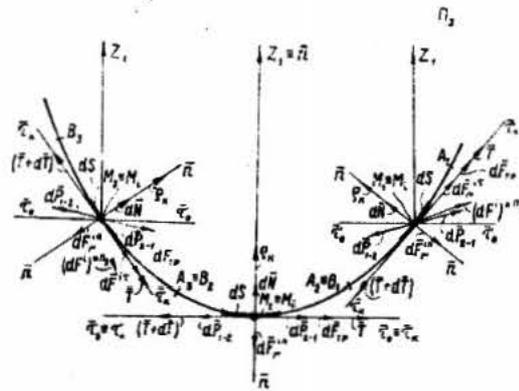


Рис. 1.

- $dF_k$  — активные силы, действующие на элемент нити  $dS$ ;
- $dF_e^i$  — сила инерции нити в переносном вращательном движении вокруг оси мотального барабанчика;
- $dF_k^i$  — Кориолисова сила инерции.

Используя данное уравнение, определим силу удара нити  $P_{1-2}$  о канавку мотального барабанчика. На рис. 1 показаны активные силы и силы инерции, действующие на элемент нити  $dS$  при раскладке на торцевых участках витка в проекции на плоскость  $\Pi_3$ .

Составим дифференциальное уравнение движения точки  $M_i$  на соответствующих участках канавки  $A_i B_i$ , для чего основное уравнение динамики (1) элемента нити  $dS$  в проекциях на касательную  $\tau$  и нормаль  $\bar{n}$  запишем с учетом, что векторы сил инерции  $d\bar{F}_e^i$ ,  $d\bar{F}_k^i$  и силы тяжести  $d\bar{G}$  элемента нити  $dS$  в проекциях на плоскость  $\Pi_3$  равны нулю.

С учетом направления остальных сил, действующих на элемент нити в точке  $M_3$ , (1) в проекции на касательную  $\tau$  примет вид

$$-dma^{\tau_r} = dF_{\tau p} + T - (T + dT) - dP_{1-2} \cos(\alpha - \beta), \tag{2}$$

а в проекции на нормаль  $\bar{n}$

$$-dma^{n_r} = -dN + dP_{1-2} \cos\beta \sin\alpha. \tag{3}$$

Решая совместно уравнения (2, 3), определим силу удара нити о канавку мотального барабанчика  $P_{1-2}$ :

$$\begin{cases} -dma^{\tau_r} = dF_{\tau p} + T - (T + dT) - \\ -dP_{1-2} \cos(\alpha - \beta), \\ -dma^{n_r} = -dN + dP_{1-2} \cos\beta \sin\alpha. \end{cases} \tag{4}$$

Исключив из системы (4) силу нормального давления элемента нити  $dS$  на контактную площадку, получим

$$dma^{\tau_r} + f dma^{n_r} = dP_{1-2} [\cos(\alpha - \beta) - f \cos\beta \sin\alpha] - dT. \tag{5}$$

Обозначим

$$\alpha'_3 = \cos(\alpha - \beta) - f \cos\beta \sin\alpha \tag{6}$$

и

$$dP'_3 = dP_{1-2}\alpha'_3 - dT. \quad (7)$$

Тогда (5) примет вид

$$dma^r_r + \int dma^n_r = dP'_3. \quad (8)$$

После интегрирования (7) и (8) в пределах  $P'_3$  от 0 до  $P'_3$ ,  $m$  от 0 до  $m$  и  $T$  от 0 до  $T$  имеем

$$P'_3 = P_{1-2}\alpha'_3 - T, \quad (9)$$

$$ma^r_r + \int ma^n_r = P'_3. \quad (10)$$

Приняв во внимание, что

$$a^r_r = dv_r/dt \text{ и } a^n_r = v_r d\varphi/dt,$$

запишем (10) в дифференциальной форме

$$m \frac{dv_r}{dt} + \int m v_r \frac{d\varphi}{dt} = P'_3. \quad (11)$$

Для решения последнего уравнения запишем дополнительное уравнение

$$v_r = h_r n = h_r (30/\pi) (d\varphi/dt), \quad (12)$$

где  $h_r$  — шаг витка на рассматриваемом участке  $A_3 B_3$ , м.  
Обозначим  $h'_r = 30h_r/\pi$  и составим систему уравнений

$$\begin{cases} m dv_r/dt + \int m v_r d\varphi/dt = P'_3; \\ d\varphi = (v_r/h'_r) dt. \end{cases} \quad (13)$$

Подставим  $d\varphi$  в первое уравнение системы (13), предварительно проведя преобразования и замену

$$k = 1/h'_r = \pi/(30h_r). \quad (14)$$

Разделив переменные, получим

$$m dv_r / (P'_3 - m k v_r^2) = dt. \quad (15)$$

Решим уравнение, предварительно заменив

$$a = P'_3/mk \text{ и } b = 1/k \quad (16)$$

и приведя (15) к табличному виду

$$b dv_r / (a - v_r^2) = dt. \quad (17)$$

Решением последнего будет

$$\begin{aligned} & (b/2\sqrt{a}) \ln \left[ \frac{(v_r + \sqrt{a})}{(v_r - \sqrt{a})} \right] \times \\ & \times \left| \begin{array}{l} v_r \text{ } B_3 \\ v_r \text{ } A_3 \end{array} = t \right| \left| \begin{array}{l} t \\ 0 \end{array} \right. \quad (18) \end{aligned}$$

Перед подстановкой пределов изменения скорости относительного движения на участке  $A_3 B_3$  от  $v_{r A_3}$  до  $v_{r B_3}$  решим (18) в общем виде. Обозначим

$$2t/b = c, \quad \sqrt{a} = x, \quad (19)$$

тогда

$$\ln[(v_r + x)/(v_r - x)] = cx. \quad (20)$$

Приравняв первые производные левой и правой частей уравнения (20), получим

$$x^2 = v_r^2 - 2v_r/c. \quad (21)$$

Учитывая (19), имеем

$$a = v_r^2 - bv_r/t. \quad (22)$$

Подставим в (22) вместо  $a$  его значение из (16) и, умножив обе части уравнения (22) на  $mk$ ,

$$P_3' = v_r^2 mk - \frac{1}{t} m v_r. \quad (23)$$

С учетом принятых ранее обозначений  $P_3'$  (9) и  $k$  (14) произведем их замену в (23) и получим уравнение для определения силы удара в точке  $M_3$

$$P_{1-2} = \frac{T}{\alpha_3'} + \frac{m}{\alpha_3'} \frac{f}{h_r'} v_r^2 - \frac{m}{\alpha_3'} \frac{v_r}{t}. \quad (24)$$

Обозначим

$$T' = T/\alpha_3' \quad \text{и} \quad m' = m/\alpha_3'.$$

Учитывая значение  $h_r'$  из (12), имеем

$$P_{1-2} = T' + m' (f\pi/30h_r) v_r^2 - m' v_r/t. \quad (25)$$

Подставим пределы интегрирования из (18) в уравнение (25). Окончательно получим уравнение для определения силы удара нити о канавку в точке  $M_3$

$$P_{1-2} = T' + m' (f\pi/30h_r) (v_{r B_3}^2 - v_{r A_3}^2) - m(1/t) (v_{r B_3} - v_{r A_3}). \quad (26)$$

Проведя аналогичный анализ, составим дифференциальные уравнения относительного движения элемента нити  $dS$  в точках  $M_1$  и  $M_2$ , из которых определим силу удара нити о канавку в этих точках.

В итоге в точке  $M_1$  имеем

$$P_{1-2} = T/\alpha_1' + m f \pi (v_{r B_1}^2 - v_{r A_1}^2) / \alpha_1' 30 h_r - m l (v_{r B_1} - v_{r A_1}) / \alpha_1' t, \quad (27)$$

где

$$\alpha_1' = f \cos \beta \sin \alpha + \cos(\alpha - \beta),$$

а в точке  $M_2$

$$P_{1-2} = T + m \int \varphi v_r / dt. \quad (28)$$

Как видно из уравнений (26...28), в общем случае сила удара зависит от натяжения нити  $T$  при перематывании, массы нити  $m$ , скорости относительного движения нити по линии канавки  $v_r$  и угла  $\alpha$  — угла наклона канавки к плоскости  $\Pi_1$ , перпендикулярной оси вращения мотального барабанчика.

### ВЫВОДЫ

Получены уравнения для определения силы удара нити о стенку канавки мотального барабанчика в ключевых точках торцевых участков раскладки.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Якубицкая И. А., Чугин В. В. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. — 1997. № 4.
2. Якубицкая И. А., Чугин В. В., Щербань В. Ю. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. — 1997, № 5.
3. Никитин Н. Н. Курс теоретической механики. — М.: Высшая школа, 1990.

Рекомендована кафедрой ткачества ХИИ. Поступила 21.01.97.