

УДК 534.08

ЛІСОВЕЦЬ С.М.

Київський національний університет технологій та дизайну

АНАЛІЗ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ АКУСТИЧНИХ ХВИЛЬ МЕТОДОМ FDTD ЧЕРЕЗ МЕЖУ ПОДІЛУ ДВОХ СЕРЕДОВИЩ

Мета. Визначити шляхом чисельного моделювання, яким чином впливає неоднорідність матеріалів і виробів на параметри акустичної хвилі.

Методика. Полягає у застосуванні метода *Finite-Difference Time-Domain (FDTD)*, в якому по черзі обчислюються значення механічної напруги і коливальної швидкості в середовищі.

Результати. Виконано чисельне моделювання розповсюдження акустичної хвилі через межу поділу двох середовищ та виконано порівняння результатів моделювання із аналітичним розв'язком: таким чином, оцінено необхідні для моделювання обчислювальні ресурси та виникаючі при моделюванні похибки.

Наукова новизна. Результати моделювання дозволяють в подальшому застосувати метод *FDTD* для аналізу розповсюдження акустичних хвиль, в тому числі і скінченної амплітуди, через середовище із багатьма дефектами (тріщини, розшарування, зони корозії і так далі), тобто по суті через межі поділу багатьох середовищ (дефектів) з різними механічними та акустичними властивостями.

Практична значимість. Врахування результатів проведеного аналізу дозволяє створювати прилади акустичного контролю матеріалів і виробів, які мають більшу вірогідність контролю.

Ключові слова: акустична дефектоскопія, тензор механічних напруг, вектор коливальної швидкості, неруйнівний контроль, суцільне середовище.

Вступ. Для неруйнівного контролю різних промислових матеріалів і виробів часто застосовується акустична (або ультразвукова) дефектоскопія, як складова частина різних за принципами роботи методів дефектоскопії. Акустична дефектоскопія застосовується для виявлення порушень суцільності або однорідності структури матеріалів і виробів, визначення їх механічних властивостей, знаходження відхилень в хімічному складі та інше. Акустична дефектоскопія базується на проникаючій властивості акустичних хвиль, на параметри яких впливають як поверхневі, так і глибинні дефекти матеріалів і виробів, такі як тріщини, розшарування, зони корозії і так далі.

Аналітичний опис розповсюдження акустичних хвиль через такі об'єкти контролю є досить складною задачею. Якщо ж об'єкт контролю має складну внутрішню будову, наприклад, криволінійні контактуючі поверхні, то аналітично поставлена задача практично не розв'язується. Крім того, при збільшенні інтенсивності акустичних хвиль починають проявлятися нелінійні акустичні ефекти, що ще більше ускладнює задачу аналізу взаємодії акустичних хвиль з об'єктом контролю.

Постановка завдання. Необхідно виконати чисельне моделювання розповсюдження акустичних хвиль через межу поділу двох середовищ і порівняти його із відомим аналітичним розв'язком. Таким чином, можна буде оцінити точність процесу моделювання. Одним з варіантів розв'язання вказаної проблеми полягає в застосуванні методу скінчених різниць в часовій області [1, 2]. Інша назва цього методу – *Finite-Difference Time-Domain*

(FDTD). Суть методу FDTD полягає в тому, що застосовується двошарова схема обчислень, в яку входять, в загальному випадку, тензор механічних напруг і вектор коливної швидкості. Так як моделювання розповсюдження акустичних хвиль в трьохвимірному просторі є досить ресурсоємною задачею, то будемо розглядати випадок одновимірного розповсюдження поздовжньої акустичної хвилі. Тому також робиться припущення, що ефект розходження акустичного пучка відсутній, або ним можна нехтувати.

Результати дослідження. Зазвичай задається просторова координатна сітка з рівномірним кроком Δx по осі координат x і загальною кількістю кроків n : початок координатної сітки ($x_0 = 0$) при $i = 0$ відповідає точці випромінення акустичної хвилі (початок середовища), кінець координатної сітки ($x_n = \Delta x \cdot n$) при $i = n$ відповідає точці кінця середовища (вільна межа). Загальні рекомендації щодо вибору значення кроку Δx наведені в [1]. У вузлах x_i (при $i = 0 \dots n$) цієї сітки розраховуються значення механічної напруги в середовищі, а між вузлами в точках $x_{i+1/2}$ (при $i = 0 \dots n-1$) розраховуються значення коливної швидкості середовища. Є бажаним, щоб межі поділу двох середовищ співпадали з якимось з вузлів сітки x_i , так як таким чином мінімізуються похибки обчислень. Також задається часова координатна сітка з рівномірним кроком Δt по осі часу t і загальною кількістю кроків m : початок координатної сітки ($t^0 = 0$) при $j = 0$ відповідає точці початку розрахунків, кінець координатної сітки ($t^m = \Delta t \cdot m$) при $j = m$ відповідає точці кінця розрахунків. Загальні рекомендації щодо вибору значення кроку Δt також наведені в [1]. У вузлах t^j (при $j = 0 \dots m$) цієї сітки розраховуються значення механічної напруги в середовищі, а між вузлами в точках $t^{j+1/2}$ (при $j = 0 \dots m-1$) розраховуються значення коливної швидкості середовища. Таким чином, в одному шарі розраховуються значення σ_i^j , а в іншому шарі значення $v_{i+1/2}^{j+1/2}$. Графічна інтерпретація методу FDTD показана на рис. 1. Розрахунки зручно починати із задання початкових значень σ_i^0 (при $i = 0 \dots n$), тоді розрахувати $v_{i+1/2}^{1/2}$ (при $i = 0 \dots n-1$), після чого розрахувати σ_i^1 (при $i = 0 \dots n$) і так далі.

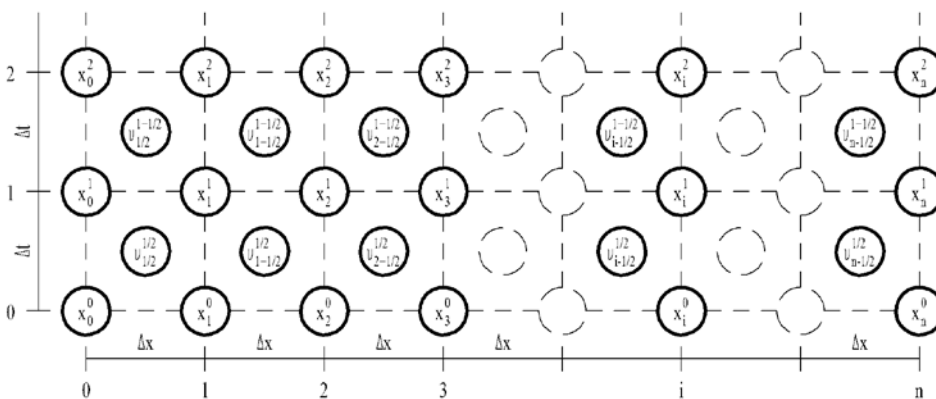


Рис. 1. Графічна інтерпретація акустичного методу FDTD

Розглянемо спочатку другий закон Ньютона для суцільного середовища (тобто

середовища без розривів). Він має вигляд

$$\rho \frac{dv}{dt} = \frac{d\sigma}{dx} + F, \quad (1)$$

де ρ – щільність середовища, яка виражається в $\text{кг}/\text{м}^3$;

v – коливальна швидкість середовища, яка виражається в $\text{м}/\text{с}$;

σ – механічна напруга в середовищі, яка виражається в $\text{кг}/(\text{м} \cdot \text{с}^2)$;

F – стороння сила, що впливає на середовище, яка виражається в $\text{кг}/(\text{м} \cdot \text{с}^2)$;

x – координата, яка виражається в м ;

t – час, який виражається в с .

В якості сторонньої сили F може виступати акустичний імпульс або пакет акустичних коливань, який випромінюється в середовище за допомогою магнітострикційного або п'єзокерамічного перетворювачів. Замінімо в рівнянні (1) диференціали відповідних параметрів їх приростами. Відповідно, отримаємо:

$$\rho \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta \sigma}{\Delta x} + F. \quad (2)$$

Звідси, після виконання нескладних перетворень, можна отримати зміну Δv коливальної швидкості середовища в наступному вигляді:

$$\Delta v = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\Delta \sigma}{\Delta x} + F \right) \Delta t. \quad (3)$$

Таким чином, нове значення коливальної швидкості можна отримати в загальному випадку за формулою

$$v_{i+1/2}^{j+1+1/2} = v_{i+1/2}^{j+1/2} + \Delta v, \quad (4)$$

де добавка Δv кожного разу розраховується за формулою (3). Тепер розглянемо модель Кельвіна-Фойгта в'язкопружного середовища. Вона має наступний вигляд:

$$\sigma = C\varepsilon + \eta \frac{d\varepsilon}{dt}, \quad (5)$$

де C – компонент тензора пружності, який виражається в $\text{кг}/(\text{м} \cdot \text{с}^2)$;

η – компонент тензора динамічної в'язкості, який виражається в $\text{кг}/(\text{м} \cdot \text{с})$;

ε – компонент тензора деформації, величина безрозмірна.

Компонент ε тензора деформації можна представити в вигляді

$$\varepsilon = \frac{du}{dx}, \quad (6)$$

де u – вектор, що описує зсув точок суцільного середовища, який виражається в м .

Таким чином, підставляючи залежність (6) в залежність (5), можна отримати:

$$\sigma = C \frac{du}{dx} + \eta \frac{d^2 u}{dx dt}. \quad (7)$$

Виконаємо диференціювання виразу (7) по часу. Звідси отримаємо вираз:

$$\frac{d\sigma}{dt} = C \frac{d^2 u}{dx dt} + \eta \frac{d^3 u}{dx dt^2}. \quad (8)$$

Тепер необхідно згадати, що

$$\frac{du}{dt} = v. \quad (9)$$

Тобто зсув u точок суцільного середовища за певний проміжок часу представляє

собою коливальну швидкість v точок цього середовища. Таким чином, підставивши залежність (9) в залежність (8), можна отримати наступне:

$$\frac{d\sigma}{dt} = C \frac{dv}{dx} + \eta \frac{d^2v}{dxdt}. \quad (10)$$

Замінімо в рівнянні (10) диференціали відповідних параметрів їх приростами. Відповідно, отримуємо:

$$\frac{\Delta\sigma}{\Delta t} = C \frac{\Delta v}{\Delta x} + \eta \frac{\Delta v \Delta v}{\Delta x \Delta t}. \quad (11)$$

Звідси, після виконання нескладних перетворень, можна отримати зміну $\Delta\sigma$ механічної напруги в середовищі в наступному вигляді:

$$\Delta\sigma = C \frac{\Delta v}{\Delta x} \Delta t + \eta \frac{\Delta v \Delta v}{\Delta x \Delta t} \Delta t. \quad (12)$$

Таким чином, нове значення механічної напруги можна отримати в загальному випадку за формулою

$$\sigma_i^{j+1} = \sigma_i^j + \Delta\sigma, \quad (13)$$

де добувка $\Delta\sigma$ кожного разу розраховується за формулою (12).

Моделювання виконувалося на загальній довжині середовища, яка дорівнювала 1 м. Середовище ділилося на дві частини, одна з яких представляла собою рідину (воду) довжиною 0,5 м, а інша – латунь марки Л63 ГОСТ 15527-2004 довжиною також 0,5 м. Було прийнято, що в перше середовище (рідину) випромінюється пакет з 10 повних гармонійних акустичних коливань на частоті 1 МГц. Щільність ρ_B води та щільність ρ_L латуні Л63 були прийняті такими, що дорівнюють відповідно 1000 кг/м^3 та 8800 кг/м^3 , пружність C_B води та пружність C_L латуні Л63 – відповідно $2,1 \cdot 10^9 \text{ кг/(м} \cdot \text{с}^2)$ та $105 \cdot 10^9 \text{ кг/(м} \cdot \text{с}^2)$. Динамічна в'язкість η_B води була прийнята такою, що дорівнює $0,01 \text{ кг/(м} \cdot \text{с)}$.

Динамічна в'язкість η_L латуні Л63 визначалася наступним чином. Згідно з даними [5, С. 156] для всіх латуней в діапазоні частот до 10^7 Гц відношення коефіцієнта α_L загасання по амплітуді до частоти f гармонійних коливань має значення приблизно $70 \cdot 10^{-7} \text{ с/м}$. Тобто при частоті f акустичної хвилі, яка має значення 1 МГц, коефіцієнт α_L загасання по амплітуді має значення приблизно

$$\alpha_L = 70 \cdot 10^{-7} \frac{\text{с}}{\text{м}} \cdot f = 70 \cdot 10^{-7} \frac{\text{с}}{\text{м}} \cdot 10^6 \text{ Гц} = 7 \text{ м}^{-1}. \quad (14)$$

Згідно з рекомендаціями [2], динамічна в'язкість латуні Л63 визначається за наступною приблизною формулою:

$$\eta_L \approx \frac{2\alpha_L \rho_L v_L^3}{(2\pi f)^2} = \frac{2 \cdot 7 \text{ м}^{-1} \cdot 8800 \text{ кг/м}^3 \cdot (4430 \text{ м/с})^3}{(2 \cdot 3,1416 \cdot 10^6 \text{ Гц})^2} \approx 270 \text{ кг/(м} \cdot \text{с)}, \quad (15)$$

де v_L – швидкість поздовжніх хвиль в латуні Л63, $v_L \approx 4430 \text{ м/с}$.

Також було прийнято, що амплітуда деформації ε на вході в перше середовище досягає значення 10^{-7} . Таким чином, амплітуда σ механічної напруги на вході в перше середовище повинна досягати значення

$$\sigma = 10^{-7} \cdot 2,1 \cdot 10^9 \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}^2} = 210 \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}^2}. \quad (16)$$

Довжина λ_B хвилі у воді на частоті 1 МГц становить приблизно $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, а

довжина λ_L хвилі у латуні – приблизно $4,5 \cdot 10^{-3}$ м. Тому для забезпечення стійкості розв’язку крок Δx визначався (з 2...3 кратним запасом) згідно з формулою [1]:

$$\Delta x = 10^{-5} \text{ м} \leq \frac{\min\{\lambda_B, \lambda_L\}}{40} = \frac{\min\{1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}, 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}\}}{40}, \quad (17)$$

а крок Δt визначався (також з 2...3 кратним запасом) згідно з формулою [1]:

$$\Delta t = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ с} \leq \frac{\Delta x}{2 \max\{v_B, v_L\}} = \frac{10^{-5} \text{ м}}{2 \max\{1500 \text{ м/с}, 4430 \text{ м/с}\}}, \quad (18)$$

де v_B – швидкість поздовжніх хвиль у воді, $v_B \approx 1500$ м/с.

Для того, щоб виконати необхідні обчислення, було написано програмне забезпечення на мові програмування C# в пакеті Visual Studio 2012.

В результаті проведення досліджень було встановлено, що наявність в матеріалі дефектів в вигляді тріщин, розшарувань або зон корозії (які з точки зору акустики представляють собою середовища з різними значеннями щільностей, модулів пружності і модулів динамічної в’язкості, причому кожний тип дефекту характеризується своїм набором параметрів) дуже суттєво впливає на параметри акустичні хвилі, змінюючи насамперед її швидкість розповсюдження та коефіцієнт загасання. Інформація про це дозволяє покращити насамперед такі показники неруйнівного контролю, як роздільна здатність та селективність (тобто можливість виявлення дефектів тільки певного типу).

Висновки. Результати чисельного моделювання розповсюдження акустичних хвиль методом FDTD через межу поділу двох середовищ показали, що чисельний розв’язок при малих значеннях кроків Δx і Δt забезпечує відхилення від аналітичного розв’язку не більше, ніж на (1...5)%. Але моделювання також показало наступне: застосування малих кроків Δx і Δt приводить до досить значних часових витрат і накопичення похибок округлення, тому необхідно для розрахунку Δv і $\Delta \sigma$ застосовувати апроксимацію по кількох вузлах просторової і часової сіток; отримана ефективність методу FDTD дозволяє також застосовувати його для моделювання розповсюдження акустичних хвиль через середовища з дефектами кількох різних типів (наприклад, кілька різних за параметрами тріщин і зон корозії); необхідно враховувати структурну нелінійність акустичного середовища, наприклад, шляхом додавання до моделі Кельвіна-Фойгта (5) квадратичної або кубічної гістерезисної нелінійності тертя або відриву в вигляді функції $f\left(\varepsilon, \frac{d\varepsilon}{dt}, \text{sign}(\varepsilon), \text{sign}\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)\right)$. Врахування інформації про взаємодію акустичної хвилі в дефектами певного типу дозволяє підвищити роздільну здатність та селективність неруйнівного контролю.

Список використаної літератури

1. Бархатов В.А. Решение динамических задач акустики методом конечных разностей во временной области. Основные соотношения. Анализ погрешностей // Дефектоскопия. – 2005. – № 3. – С. 12–26.
2. Бархатов В.А. Решение волновых уравнений методом конечных разностей во временной области. Двумерная задача. Основные соотношения // Дефектоскопия. – № 9. – 2007. – С. 54–70.
3. Шамаев А.С. Прохождение плоской звуковой волны через слоистый композит с компонентами из упругого и вязкоупругого материалов / А.С. Шамаев, В.В. Шумилова // Акустический журнал. – 2015. – Т. 61. – № 1. – С. 10–20.

4. Коробов А.И. Влияние давления на нелинейное отражение упругих волн от границы двух твёрдых сред / А.И. Коробов, Н.В. Ширгина, А.И. Кокшайский. // Акустический журнал. – 2015. – Т. 61. – № 2. – С. 182–190.

5. Физические величины: Справочник / А.П. Бабищев, Н.А. Бабушкина, А.М. Братковский и др.; Под. ред И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с.

АНАЛИЗ РАСПРОСТРАНЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН МЕТОДОМ FDTD ЧЕРЕЗ ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД ЛИСОВЕЦ С.Н.

Киевский национальный университет технологий и дизайна

Цель. Определить путём численного моделирования, каким образом влияет неоднородность материалов и изделий на параметры акустической волны.

Методика. Состоит в применении метода Finite-Difference Time-Domain (FDTD), в котором по очереди вычисляются значения механического напряжения и колебательной скорости в среде.

Результаты. Выполнено численное моделирование распространения акустической волны через границу раздела двух сред и выполнено сравнение результатов моделирования с аналитическим решением: таким образом, оценены необходимые для моделирования вычислительные ресурсы и возникающие при моделировании ошибки.

Научная новизна. Результаты моделирования позволяют в дальнейшем применять метод FDTD для анализа распространения акустических волн, в том числе и конечной амплитуды, через среду с множеством дефектов (трещины, расслоения, зоны коррозии и так далее), то есть по сути через границы раздела многих сред (дефектов) с разными механическими и акустическими свойствами.

Практическая значимость. Учёт результатов проведённого анализа позволяет создавать приборы акустического контроля материалов и изделий, которые имеют большую достоверность контроля.

Ключевые слова: акустическая дефектоскопия, тензор механических напряжений, вектор колебательной скорости, неразрушающий контроль, сплошная среда.

ANALYSIS OF PROPAGATION OF ACOUSTIC WAVES BY FDTD METHOD THROUGH THE INTERFACE BETWEEN TWO MEDIA LISOVETS S.N.

Kyiv national university of technologies and design

Purpose. To define by a numerical simulation, how heterogeneity of materials and wares influences on the parameters of acoustic wave.

Methodology. Consists of application of method of Finite-difference Time-domain (FDTD), at which in turn the values of mechanical tension and swaying speed calculate in an environment.

Findings. The numerical simulation of distribution of acoustic wave is executed through the border of section of two environments and comparing of design results is executed to the analytical decision: thus, necessary for a simulation calculable resources and arising up at a design errors are appraised.

Originality. Simulation results allow in future to apply the method of FDTD for the analysis of distribution of acoustic waves, including eventual amplitude, through an environment with by a great number defects (cracks, stratifications, areas of corrosion et cetera), that in fact through the scopes of section of many environments (defects) with different mechanical and acoustic properties.

Practical value. The account of results of the conducted analysis allows to create the devices of acoustic control of materials and wares which have large authenticity of control.

Keywords: acoustical nondestructive testing, tensor of mechanical tensions, vector of swaying speed, non-destructive control, continuous environment.