

УДК 688.359

## МАТЕМАТИЧНЕ ТА ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ ІНТЕРАКТИВНОГО ПРОЕКТУВАННЯ ЩІЛЬНИХ УКЛАДОК ДЛЯ ПЛОСКИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

В.І. Чупринка, доктор технічних наук, професор  
*Київський національний університет технологій та дизайну*  
Д.В. Мірошніченко, аспірант  
*Київський національний університет технологій та дизайну*  
В.С. Посвітак, аспірант  
*Київський національний університет технологій та дизайну*

Ключові слова: програмне забезпечення, щільні укладки, плоскі геометричні об'єкти.

Так як економічність нових моделей взуття залежить від форми зовнішніх контурів деталей моделі. Тому при розробці нових моделей модельєр-конструктор стоїть перед компромісом - розробити таку модель, яка відповідала би напрямку моди та була економічною. Для визначення економічності моделі модельєр-конструктор визначає середньо зважену укладуваність деталей моделі. Це в більшості випадків виконується вручну та потребує багато часу на рутинну роботу, а також нераціонально використовуються можливості модельєра-конструктора, збільшується час до запуску моделі у виробництво. Тому йому необхідно мати інструмент, який дозволив би автоматизувати цей процес.

Для інтерактивної побудови найщільнішої укладки необхідна технологічна постановка задачі.

Загальну технологічну постановку задачі проектування найщільнішої укладки можна сформулювати наступним чином: розмістити деталі в паралелограмі найменшої площі, враховуючи наступні технологічні умови та обмеження:

- в паралелограмі можуть бути:
  - а) однакові та однаково орієнтовані деталі;
  - б) однакові деталі з поворотом в ряду на кут  $180^0$ .

Розглянемо на площині об'єкти  $S_1$  та  $S_2$ . Нехай  $\text{int } S = S - S^{\wedge}$ , де  $S^{\wedge}$  – границя об'єкта  $S$ . Об'єкти  $S_1$  та  $S_2$  не перетинаються, якщо

$$\text{int } S_1 \cap \text{int } S_2 = 0 \quad (1).$$

Якщо одночасно виконується умова

$$S_1 \cap S_2 \neq 0 \quad (2),$$

то об'єкти  $S_1$  та  $S_2$  називаються щільно розміщеними.

Щільно розміщені об'єкти не мають спільних внутрішніх точок, але обов'язково мають спільні граничні точки.

Система об'єктів  $S_i$ ,  $i=1..p$ , утворюють на площині укладку, якщо для кожної пари об'єктів із цієї системи виконуються умови їх взаємного неперетину:

$$\text{int } S_n \cap \text{int } S_m = 0, n \neq m, n, m = 1..p \quad (3)$$

та для будь-якого об'єкта  $S_i$ ,  $i=1..p$  знайдеться хоч один об'єкт  $S_q$ , де  $q \in [1..p]$ ,  $p \neq i$ , який дотикається до об'єкта  $S_i$ .

Позначимо через  $S+a$  об'єкт, який можна отримати переміщенням кожної точки об'єкта  $S$  на вектор  $a$  та назовемо його трансляцією об'єкта  $S$ .

Множину векторів виду

$$r = na_1 + ma_2, \text{ де } n, m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \pm k \dots (4),$$

де  $a_1(a_{1x}, a_{1y})$ ,  $a_2(a_{2x}, a_{2y})$  - лінійно-незалежні вектори, назовемо решіткою з базисом  $a_1, a_2$  та позначимо через  $L = L(a_1, a_2)$ .

Абсолютна величина визначника, який складений із векторів решітки, називається визначником решітки  $L$  та позначається  $\det L$ , де:

$$\det L = |[a_1 \times a_2]| = \begin{vmatrix} a_{1x} & a_{1y} \\ a_{2x} & a_{2y} \end{vmatrix} = |a_{1x}a_{2y} - a_{2x}a_{1y}|. (5)$$

Розглянемо систему об'єктів  $\bigcup_{n,m} S^{nm}$ , де  $n, m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \pm k \dots$ , які складаються із трансляції  $S^{nm} = S + na_1 + ma_2$  об'єкта  $S$  на вектори решітки  $L = L(a_1, a_2)$ . Якщо ця система є укладкою, то така укладка називається укладкою об'єкта  $S$ , виконаної по решітці  $L = L(a_1, a_2)$ . Решітка  $L = L(a_1, a_2)$  в цьому випадку є допустимою для укладки об'єкта  $S$ .

Щільність  $\delta_s(L)$  решітчастої укладки можна характеризувати за допомогою співвідношення:

$$\delta_s(L) = |S| / \det L, (6),$$

де  $|S|$  - площа плоского геометричного об'єкта  $S$ ,  $\det L$  - визначник одинарної решітки  $L = L(a_1, a_2)$ , за якою виконана укладка. Із наведеного співвідношення видно, що щільність  $\delta_s(L)$  решітчастої укладки тим вища чим менша площа паралелограма, сторонами якого є базові вектори решітки  $a_1$  та  $a_2$ .

Множину векторів виду:

$$r_1 = na_1 + ma_2 \text{ та } r_2 = na_1 + ma_2 + g, \text{ де } n, m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \pm k \dots,$$

де  $a_1, a_2$  - лінійно-незалежні вектори, назовемо подвійною решіткою з базисом  $a_1, a_2$  і вектором зсуву решітки  $g$  та позначимо через  $W = W(a_1, a_2, g)$ . Абсолютна величина визначника, який складений із базових векторів подвійної решітки, називається визначником решітки та позначається  $\det W$ .

Щільність  $\delta_s(W)$  решітчастої укладки можна характеризувати за допомогою співвідношення:  $\delta_s(W) = (2|S|) / \det W$ , де  $|S|$  - площа плоского геометричного об'єкта  $S$ ,  $\det W$  - визначник подвійної решітки.

Запропоноване математичне забезпечення було реалізоване в програмне забезпечення та програмне забезпечення для інтерактивного проектування щільних укладок для плоских геометричних об'єктів зі складною конфігурацією зовнішнього контуру. Це програмне забезпечення має практичну значимість, так як воно направлене на підвищення використання матеріалу при розкрою на деталі.