

УДК 62-523.8

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ НЕРЕЛАКСАЦІЙНИХ МЕТОДІВ ОПТИМІЗАЦІЇ

В.М. Яхно, кандидат технічних наук, доцент

Київський національний університет технологій та дизайну

Г.О. Корогод, кандидат технічних наук, доцент

Київський національний університет технологій та дизайну

О.О. Плотніков, магістрант

Київський національний університет технологій та дизайну

Ключові слова: методи спуску, градієнтний спуск, методи нульового порядку.

Важливі задачі дослідження операцій сформулюються у вигляді задач нелінійного програмування з допомогою функцій, що не мають похідних в будь яких точках[1-2]. Для аналізу таких задач використовують субградієнтний спуск. Субградієнтний спуск — це метод оптимізації, який використовується для знаходження екстремумів невизначених або недиференційованих функцій. Він є розширенням класичного методу градієнтного спуску і дозволяє працювати з функціями, що мають кути, розриви або інші складні особливості. Субградієнт - узагальнення градієнта для недиференційованих функцій. Якщо функція не є гладкою в точці, субградієнт визначається як вектор, який задовольняє умові, що функція вище за лінійну апроксимацію в цій точці. Субградієнт може мати багато значень в одній точці, якщо функція має кути або розриви. Множина субградієнтів для функції f в точці x — це всі можливі субградієнти, тобто всі вектори g , які задовольняють умові:

$$f(y) \geq f(x) + g^T(y-x) \text{ для всіх } y$$

На відміну від градієнта для якого антиградієнт є напрямком зменшення значення функції антисубградієнт не напрямком зменшення функції і не всі субградієнти відповідають стандартній схемі релаксаційних алгоритмів, що для пошуку мінімуму функції $f(x_k)$ будують послідовності

$$x_k \in E^n, \quad k=0, 1, \dots, f(x_k) > f(x_{k+1}).$$

з допомогою співвідношення

$$x_{k+1} = x_k - h_k v_k \quad k=0, 1, \dots, x_{k+1}, x_k \in E^n, h \in E^1.$$

У роботі розглядаються приклади простих алгоритмів для аналізу задач знаходження екстремумів невизначених або недиференційованих функцій які не є релаксаційними — не задовольняють умові $f(x_k) > f(x_{k+1})$. на кожній ітерації але є ефективними. Графічні засоби програми дозволяють підтвердити ефективність алгоритмів. На рис. 1, наведені лінії рівня функції, що не має похідних в точках де один з градієнтів дорівнює 0. Функція визначається наступними співвідношеннями:

Якщо $(x \geq 0 \ \& \ y \geq 0)$ $f(x,y) = x + 5 * y$;
якщо $(x \geq 0 \ \& \ y \leq 0)$ $f(x,y) = x - 5 * y$;
якщо $(x \leq 0 \ \& \ y \leq 0)$ $f(x,y) = -x - 5 * y$;
якщо $(x \leq 0 \ \& \ y \geq 0)$ $f(x,y) = -x + 5 * y$;

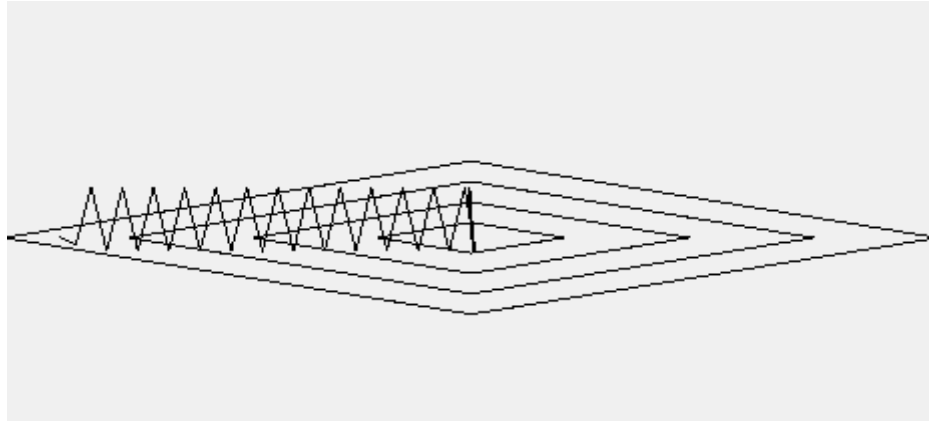


Рисунок 1 – Траєкторія субградієнтного алгоритму для функції що немає похідних в деяких точках

На малюнку можна побачити, що для кожної непарної точки основна умова релаксаційних алгоритмів $f(x_k) > f(x_{k+1})$ не виконується.

Настояний малюнок демонструє успішність такого підходу для більш складних випадків.

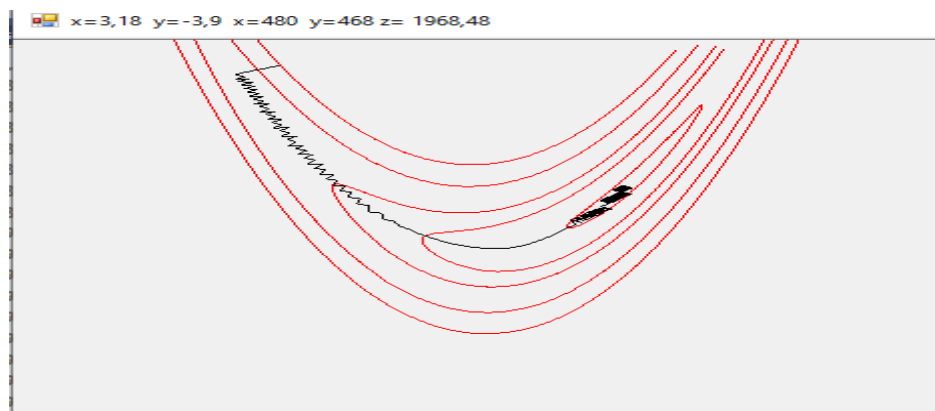


Рисунок 2 – Траєкторія субградієнтного алгоритму для функції Розенброка

Функція Розенброка вважається одним із складних прикладів. На малюнку можна побачити, що подібний підхід дозволяє отримати успіх.

Список використаних джерел

1. Bertsekas,. Convex Optimization Algorithms (вид. Second)/ Bertsekas, Dimitri P//. Belmont, MA.: Athena Scientific. 2018 ISBN 978-1-886529-28-1.
- 2 Bertsekas, Dimitri P.; Nedic, Angelia; Ozdaglar, Asuman (2003). Convex Analysis and Optimization (вид. Second)/ Bertsekas, Dimitri P//. Belmont, MA.: Athena Scientific. 2017 ISBN 1-886529-45-0.