

УДК 677.053

Дворжак В.М., канд. техн. наук, доцент
Київський національний університет технологій та дизайну, v_dvorjak@ukr.net

МОДЕЛЮВАННЯ НАМОТУВАННЯ ПРЯЖІ НА КОНУСНІ БОБІНИ

Намотування пряжі на конусні бобіни є одним із важливих етапів у процесі текстильного виробництва, що дозволяє зручно зберігати, транспортувати й використовувати пряжу для подальших операцій, таких як ткацтво, в'язання або фарбування. Моделювання процесу намотування пряжі на конусні бобіни є інженерно-технологічним інструментом, що дозволяє оптимізувати процес ще до його фізичного впровадження. Зокрема, можна проаналізувати напруження нитки, траєкторію намотування, створити візуалізацію для САД-систем, виконати чисельну симуляцію намотки з урахуванням щільності, товщини та механічних характеристик нитки.

Під час комп'ютерного моделювання процесу намотування пряжі на конусні патрони може виникати явище інтерференції (перекривання) між поверхнею самого конусного патрона та першим шаром намотування, а також між суміжними шарами намотування. Це може призвести до спотворення геометрії моделі, помилок у візуалізації та результатах розрахунку довжини пряжі. Щоб усунути інтерференцію, у дослідженні рекомендується застосування математичних моделей, які враховують відстань між поверхнями та забезпечують коректне позиціонування кожного шару, дозволяючи уникнути фізично неможливого перекриття у моделі. Цей підхід підвищує точність моделювання та дає можливість адекватної симуляції процесів, що важливо під час оптимізації виробничих параметрів.

Поверхня конусного патрона 1 (рис. 1) під час моделювання зазвичай описується у тривимірному просторі, наприклад, у циліндричних, або декартових координатах, де конусний патрон може бути розташований вертикально, його вісь паралельна осі апікат, а більший діаметр – ближче до площини XOY .

Приклад формули поверхні конусного патрона в параметричній формі (для патрона з віссю вздовж Z) згідно з [1]:

$$P_1(u, v) := \begin{bmatrix} [r_1 + \tan(\alpha) \cdot (h_1 - v)] \cdot \cos(u) \\ [r_1 + \tan(\alpha) \cdot (h_1 - v)] \cdot \sin(u) \\ v \end{bmatrix},$$

де r_1 – менший радіус конусного патрона; R_1 – більший радіус конусного патрона; h_1 – довжина конусного патрона; $\tan(\alpha) := \frac{R_1 - r_1}{h_1}$ – тангенс кута α конусності патрона; $u \in [0, 360^\circ]$ – кутова координата; $v \in [0, h_1]$ – координата вздовж осі конуса.

Від моделювання середньої лінії нитки (пряжі) 3 залежить правильна побудова укладки. Приспустимо, що нитка в перерізі має форму кола, радіус якого позначимо як r_2 . Нитка описується як тривимірна крива, центр якої «ковзає» по конусній поверхні, формуючи спіраль. Особливістю є те, що нитка повинна дотикатися до поверхні конуса й до площини XOY (на початку пакування). Це означає, що вона лежить на поверхні конуса (тобто точки її дотику задовольняють рівнянню конусної поверхні). Лінія дотику нитки 2 до патрона 1 є місцем контакту нитки з поверхнею в кожен момент часу. Важливо, щоб ця лінія відповідала геометрії середньої лінії нитки 3, враховувала радіус нитки (переріз – коло), не порушувала фізики контакту (тобто нитка не «висить» у повітрі й не врізається в поверхню). Лінія дотику лежить між центром перерізу нитки й поверхнею конуса.

Радіус-вектор лінії дотику шару намотування нитки 4 до поверхні конусного патрона 1 (або наступного шару до попереднього шару) описує положення точки на кривій у просторі як функцію параметра u і визначається з рівняння:

$$P_2(u) := \begin{bmatrix} \left[r_1 - \left(r_2 \cdot (1 - \sin(\alpha)) + \left(h_1 - \frac{p_1}{360^\circ} \cdot u \right) \cdot \tan(\alpha) \right) \cdot \cos(u) \right] \\ \left[r_1 - \left(r_2 \cdot (1 - \sin(\alpha)) + \left(h_1 - \frac{p_1}{360^\circ} \cdot u \right) \cdot \tan(\alpha) \right) \cdot \sin(u) \right] \\ \frac{p_1}{360^\circ} \cdot u + r_2 \cdot (1 - \sin(\alpha)) \end{bmatrix},$$

де p_1 – крок намотування; r_2 – радіус перерізу нитки.

Радіус-вектор середньої лінії нитки з урахуванням дотику шару намотування нитки до поверхні конусного патрона (або наступного шару до попереднього шару) визначається з рівняння:

$$P_3(u) := \begin{bmatrix} \left[r_1 + \frac{r_2}{\cos(\alpha)} - \left(r_2 \cdot (1 - \sin(\alpha)) - \left(h_1 - \frac{p_1}{360^\circ} \cdot u \right) \cdot \tan(\alpha) \right) \cdot \cos(u) \right] \\ \left[r_1 + \frac{r_2}{\cos(\alpha)} - \left(r_2 \cdot (1 - \sin(\alpha)) - \left(h_1 - \frac{p_1}{360^\circ} \cdot u \right) \cdot \tan(\alpha) \right) \cdot \sin(u) \right] \\ \frac{p_1}{360^\circ} \cdot u + r_2 \end{bmatrix},$$

Під час комп'ютерного моделювання намотування пряжі використовується система ортонормованих векторів Френе [1]: тангенціальний τ , нормальний ν та бінормальний β . Вони формують так званий базис Френе й описують геометричні властивості просторової кривої, що задається радіус-вектором середньої лінії нитки $P_3(u)$ у параметричній формі.

$$\tau(r, u) := \frac{r'(r, u)}{|r'(r, u)|}, \beta(r, u) := \frac{r'(r, u) \times r''(r, u)}{|r'(r, u) \times r''(r, u)|}, \nu(r, u) := \beta(r, u) \times \tau(r, u),$$

де аргумент r визначає радіус-вектор кривої середньої лінії нитки $P_3(u)$; $r'(r, u)$ і $r''(r, u)$ – відповідно перша та друга похідні від радіус-вектора r за параметром u .

Ці три вектори утворюють правобічну ортонормовану систему координат у кожній точці кривої, яка рухається разом з точкою по кривій, і використовуються для моделювання форми намотаної пряжі як трубчастої поверхні. Вектор напрямку кожної точки пряжі задається комбінацією цих ортів і параметра обертання навколо центральної осі:

$$P_4(u, v) := P_3(u) + r_2 \cdot (\cos(v) \cdot \nu(P_3, u) + \sin(v) \cdot \beta(P_3, u)).$$

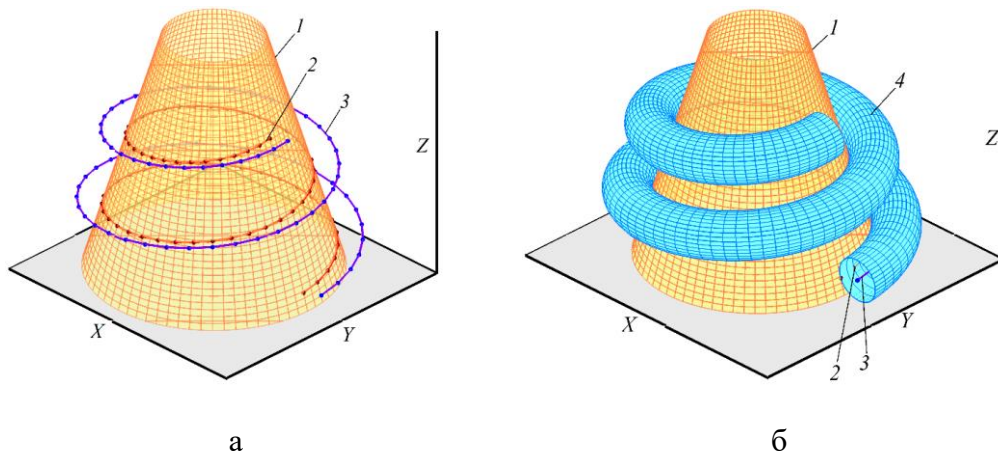


Рис. 1 – Графіки візуалізації в MathCAD конусного патрона та шару намотування

Таким чином, отримані моделі дозволяють уникнути явища перекривання між поверхнею самого конусного патрона та першим шаром намотування, а також між суміжними шарами намотування під час моделювання намотування пряжі.

Список посилань

1. Dvorzhak, V., Rubanka, M., Rubanka, A., & Polishchuk, O. (2023). Computer Modelling of Yarn Winding on Conical Bobbins. Tekstilec, 66, 299-306. <https://doi.org/10.14502/tekstilec.66.2023070>