УДК 519.21

М.В. ШМИГЕВСЬКИЙ

Київський національний університет технологій та дизайну

ДИФУЗІЙНА АПРОКСИМАЦІЯ БАГАТОКАНАЛЬНИХ МЕРЕЖ ПРОЦЕСОМ ОРНШТЕЙНА – УЛЕНБЕКА

Для мереж обслуговування типу $[G|M|\infty]^r$ *у перевантаженому режимі доведена збіжність у рівномірній топології багатовимірного процесу обслуговування до дифузійного процесу Орнштейна-Уленбека. Основна умова, що накладається на вхідний потік, є справедливість функціональної центральної граничної теореми. Як наслідок вивчаються мережі обслуговування з керованим джерелом вимог*

Ключові слова: дифузійний процес, функціональної центральної граничної теореми, мережа

Метод дифузійної апроксимації поширений у теорії масового обслуговування. За допомогою цього підходу вивчаються різні системи масового обслуговування і показники якості їх функціонування.

У статті розвинуто метод дифузійної апроксимації на клас багатоканальних мереж із довільною структурою вхідного потоку. Об'єктом дослідження є багатовимірний процес обслуговування вимог. Встановлено, що для збіжності нормованого процесу обслуговування до багатовимірного дифузійного процесу Орнштейна-Уленбека (теорема 1) є перевантажений режим функціонування мережі обслуговування. Єдиним обмеженням, що накладається на вхідний потік, є справедливість для нього функціональної граничної теореми. Це дозволяє вивчити методом дифузійної апроксимації процес обслуговування в багатоканальних мережах із керованим джерелом вимог (теорема 2). Доведено також збіжність функціоналів, що розширює область застосувань отриманих результатів.

Об'єкти та методи дослідження

Дослідження з дифузійної апроксимації можна поділити на два напрямки. Роботи першого напрямку грунтуються на простій заміні процесу з дискретною множиною станів, зв'язаного з деякою системою масового обслуговування, неперервним дифузійним процесом. Критерієм при виборі відповідного дифузійного процесу є близькість локальних характеристик (у термінах приростів) вихідного та апроксимативного процесів, поведінка вихідного процесу поблизу границь, а також порівнювання з результатами, які отримані іншими методами (наприклад, методом імітації).

Підвищений інтерес до методу дифузійної апроксимації пояснюється тим, що використання дифузійних процесів до розв'язання задач масового обслуговування, особливо при аналізі складних систем, значно спрощує математичні викладки. Застосування дифузійної апроксимації можливо і в тому випадку, коли прямі методи або непридатні, або ще не створені для даного класу задач. Апроксимативний дифузійний процес виявляється корисним також тоді, коли прямі методи дозволяють визначити поведінку системи в стаціонарному режимі, однак малою є швидкість збіжності до стаціонарного розподілу.

Початок другому напрямку з дифузійної апроксимації заклали роботи Ю.В. Прохорова [1] і О.О.Боровкова [2], в яких дається точне математичне обгрунтування збіжності нормованого процесу обслуговування до дифузійного процесу. До цього напрямку належить і стаття, що пропонується.

Постановка завдання

Розглянемо мережу обслуговування, яка складається з r вузлів. На i - ий вузол мережі вимоги надходять у моменти часу η_k^i, $k = 1,2,\dots$, $\nu_i(t)$ - загальне число вимог, які надійшли в i - ий вузол в інтервалі $[0, t]$. У кожному вузлі маємо необмежену кількість однотипних обслуговуючих приладів, час обслуговування розподілений за показниковим законом із параметром μ_i, $i = 1,2,\dots, r$. Після обслуговування в i - ому вузлі вимога з імовірністю p_{ij} переходить у вузол j і з імовірністю $p_{i\,r+1} = 1 - \sum_{j=1}^{r} p_{ij}$ залишає мережу, $P = \|p_{ij}\|_1^r$ – матриця маршрутизації мережі. Додатковий вузол із номером “r+1” інтерпретується як “вихід” із мережі обслуговування. Для зручності посилань описану модель будемо позначати символом $[G|M|\infty]^r$. Процесом обслуговування вимог у мережі типу $[G|M|\infty]^r$ будемо називати r - вимірний процес $X(t) = (X_1(t), X_2(t), \dots, X_r(t))$, де $X_i(t)$ - число зайнятих приладів у i - ому вузлі в момент часу $t \ge 0$. $X(t)$ набуває значення у фазовому просторі

$$S = \{\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_r) : \alpha_i \in N^+, i = 1,2,\dots, r\}, \quad N^+ = \{0,1,\dots\}.$$

Траєкторія вимоги від моменту надходження в мережу через k - ий вузол до моменту виходу з мережі може бути описана ланцюгом Маркова $x^{(k)}(t) \in \{1,2,\dots, r, r+1\}$, $t \ge 0$, інфінітезимальна матриця $A = \|a_{ij}\|_1^{r+1}$ якого задається співвідношеннями

$$a_{ij} = \begin{cases} -\mu_i(1 - p_{ii}), & i = j = 1,2,\dots,r; \\ \mu_i p_{ij}, \ i \ne j, & i = 1,2,\dots,r; \quad j = 1,2,\dots,r,r+1; \\ 0, \ i = r+1, & j = 1,2,\dots,r,r+1, \end{cases}$$

а початковий розподіл $P\{x^{(k)}(0) = i\} = \delta_{ki}$, $i = 1,2,\dots, r+1$, δ_{ki} - символ Кронекера. Для конструктивного опису процесу обслуговування в $[G|M|\infty]^r$-мережі розглянемо процеси $\chi^{(k)}(t) = (\chi_1^{(k)}(t), \chi_2^{(k)}(t), \dots, \chi_r^{(k)}(t))$, $t \ge 0$, $k = 1,2,\dots, r$ індикаторного типу, які визначаються наступним чином

$$\chi^{(k)}(t) = \begin{cases} e_j, & x^{(k)}(t) = j, \quad j = 1,2,\dots, r, \\ e_0, & x^{(k)}(t) = r+1, \end{cases}$$

де e_j – r- вимірний вектор, j - а компонента якого дорівнює 1, а інші дорівнюють 0; e_0 – нульовий r – вимірний вектор.

Для натурального m і $z(\alpha) = (z_1(\alpha), z_2(\alpha), \dots, z_r(\alpha))$, $\alpha = 1,2,\dots, m$, $|z(\alpha)| \le 1$ через $\Phi^{(k)}(t_1, \dots, t_m, z(1), \dots, z(m))$ будемо позначати сумісну генератрису $\chi^{(k)}(t_1)$, $\chi^{(k)}(t_2)$,…, $\chi^{(k)}(t_m)$.

Треба дослідити процес обслуговування вимог у багатоканальній мережі типу $[G|M|\infty]^r$ при критичному навантаженні, а також довести збіжність у рівномірній топології багатовимірного процесу обслуговування до дифузійного процесу Орнштейна-Уленбека.

Результати та їх обговорення

Справедливий наступний результат.

Лема 1. Генератриса $\Phi^{(k)}(t_1,\dots,t_m,z(1),\dots,z(m))$ має вигляд

$$\Phi^{(k)}(t_1,\dots,t_m,z(1),\dots,z(m))=$$

$$=1+\sum_{j=1}^{m}\sum_{\alpha_1,\dots,\alpha_j=1}^{r} z_{\alpha_1}(1)\times\dots\times z_{\alpha_{j-1}}(j-1)(z_{\alpha_j}(j)-1)p_{k\alpha_1}(\Delta t_0)p_{\alpha_1\alpha_2}(\Delta t_1)\times\dots\times p_{\alpha_{j-1}\alpha_j}(\Delta t_{j-1}), \quad (1)$$

де $p_{\alpha\beta}(t)$ – перехідні імовірності ланцюга $x^{(k)}(t)$, $\Delta t_i = t_{i+1}-t_i$, $i=0,1,\dots$, $t_0=0$.

Доведення (1) можна отримати методом математичної індукції.

Для обгрунтування методу дифузійної апроксимації нам буде необхідний наступний допоміжний результат.

Лема 2. Нехай $\xi(t)=(\xi_1(t),\dots,\xi_r(t))$ r - вимірний процес, у якого i-а компонента дорівнює

$$\xi_i(t)=\int_0^t p_{ki}(t-u)\,dW_k(u), \qquad i=1,2,\dots,r,$$

де $W_k(t)$ – вінерівський процес із $MW_k(1)=0$ і $DW_k(1)=\sigma_k^2$.

Тоді $\xi(t)$, $t\ge 0$ є гауссівським процесом із середніми значеннями $M\xi_i(t)=0$, $i=1,2,\dots,r$ і коваріаційними функціями наступного вигляду

$$b_{ij}(t)=M[\xi_i(t)-M\xi_i(t)][\xi_j(t)-M\xi_j(t)]=\sigma_k^2\int_0^t p_{ki}(u)p_{kj}(u)\,du, \quad (2)$$

$$b_{ij}(s,s+t)=M[\xi_i(s)-M\xi_i(s)][\xi_j(s+t)-M\xi_j(s+t)]=$$

$$=\sigma_k^2\int_0^s p_{ki}(u)p_{kj}(t+u)\,du,\quad i,j=1,2,\dots,r. \quad (3)$$

Перейдемо до вивчення процесу обслуговування вимог у мережі типу $[G|M|\infty]^r$ при критичному навантаженні. Нехай параметри вхідних потоків $\nu_i(t)$ і інтенсивності обслуговування μ_i, $i=1,2,\dots,r$ мережі залежать від " n " (номера серії) наступним чином.

1) Існують константи $\lambda_i,\sigma_i>0$ такі, що

$$n^{-1/2}(\nu_i^{(n)}(nt)-\lambda_i nt)\underset{n\to\infty}{\overset{U}{\Rightarrow}}\sigma_i\omega_i(t), \qquad i=1,2,\dots,r,$$

де $\omega_i(t)$ – стандартний броунівський рух, $\overset{U}{\Rightarrow}$ – означає збіжність в рівномірній топології.

2) $\lim\limits_{n\to\infty} n\,\mu_i(n)=\mu_i\ne 0$, $\quad i=1,2,\dots,r$.

Умови 1), 2) вказують на критичне навантаження в мережі.

Розглянемо послідовність випадкових процесів

$$\xi_n(t) = n^{-1/2}(X^{(n)}(nt) - n\frac{\theta}{\mu}), \quad t \ge 0, \qquad X_i^{(n)}(0) = [\frac{\theta_i}{\mu_i} n + \sqrt{n}\,\xi_i^0], \quad i = 1,2,\dots,r,$$

$$\xi^0 = (\xi_1^0, \xi_2^0, \dots, \xi_r^0) \in R^r, \quad \frac{\theta}{\mu} = (\frac{\theta_1}{\mu_1}, \dots, \frac{\theta_r}{\mu_r})$$, де $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_r)$ - розв’язок рівняння балансу

$$\theta = \lambda + \theta\, P, \qquad \lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_r).$$

Для $\xi_n(t)$, $t \ge 0$ справедливий наступний результат.

Теорема 1. Нехай мережа типу $[G^{(n)}|M^{(n)}|\infty]^r$ задовольняє умовам 1), 2) і спектральний радіус матриці маршрутизації P менший 1. Тоді послідовність випадкових процесів $\xi_n(t)$, $n \ge 1$ на будь-якому скінченному проміжку $[0, T]$ слабко збігається в U-топології до дифузійного процесу Орнштейна-Уленбека $\xi(t)$ ($\xi(0) = \xi^0$) з вектором переносу $A(x) = x\Delta(\mu)(P - I)$ і матрицею дифузії

$$B = \Delta(\sigma^2 - \lambda) - \Delta(\frac{\theta}{\mu})[\Delta(\mu)(P - I)] - [\Delta(\mu)(P - I)]^* \Delta(\frac{\theta}{\mu}),$$

$$\Delta(\sigma^2 - \lambda) = \left\|(\sigma_i^2 - \lambda_i)\delta_{ij}\right\|_1^r, \quad \Delta(\frac{\theta}{\mu}) = \left\|\frac{\theta_i}{\mu_i}\delta_{ij}\right\|_1^r, \quad \Delta(\mu) = \left\|\delta_{ij}\mu_i\right\|_1^r.$$

Д о в е д е н н я. Введемо два незалежних r –вимірних гауссівських процеси $\xi^{(1)}(t)$ і $\xi^{(2)}(t)$. Процес $\xi^{(1)}(t)$ визначається середніми значеннями $M\xi_i^{(1)}(t) = 0$, $i = 1,2,\dots,r$ і коваріаційними функціями

$$b_{ij}^{(1)}(t) = \sum_{k=1}^{r} \sigma_k^2 \int_0^t p_{ki}(u) p_{kj}(u)\, du, \quad b_{ij}^{(1)}(s, s+t) = \sum_{k=1}^{r} \sigma_k^2 \int_0^s p_{ki}(u) p_{kj}(t+u)\, du, \quad i, j = 1,2,\dots,r.$$

Для процесу $\xi^{(2)}(t)$ маємо $M\xi_i^{(2)}(t) = \sum_{k=1}^{r} \xi_k^0 p_{ki}(t)$, $i = 1,2,\dots,r$ і

$$b_{ij}^{(2)}(t) = -\sum_{k=1}^{r} [\lambda_k \int_0^t p_{ki}(u) p_{kj}(u) du + \frac{\theta_k}{\mu_k} p_{ki}(t) p_{kj}(t)], \quad i \ne j,$$

$$b_{ii}^{(2)}(t) = \sum_{k=1}^{r} [\lambda_k \int_0^t p_{ki}(u)(1 - p_{ki}(u)) du + \frac{\theta_k}{\mu_k} p_{ki}(t)(1 - p_{ki}(t))], \quad i = j,$$

$$b_{ij}^{(2)}(s, s+t) = \sum_{k=1}^{r} [\lambda_k \int_0^s p_{ki}(u)[p_{ij}(t) - p_{kj}(t+u)] du + \frac{\theta_k}{\mu_k} p_{ki}(s)[p_{ij}(t) - p_{kj}(t+s)]].$$

Неважко перевірити, що $\xi^{(1)}(t) + \xi^{(2)}(t)$ є дифузійним процесом з вектором переносу $A(x)$ і матрицею дифузії B. Використовуючи методику роботи [2], можна перевірити, що для будь-якого $\delta > 0$

$$\lim_{\Delta \to 0} \overline{\lim_{n \to \infty}} P(\omega_\Delta(\xi_n) > \delta) = 0.$$

Це доводить слабку збіжність $\xi_n(t)$ до $\xi(t)$ в рівномірній метриці. Теорему доведено.

Зазначимо, що з доведення теореми 1 випливає, що

$$\xi_n(t) \underset{n\to\infty}{\overset{U}{\Rightarrow}} \xi^{(1)}(t)+\xi^{(2)}(t), \tag{4}$$

де $\xi^{(1)}(t)$, $\xi^{(2)}(t)$ – незалежні гауссівські процеси. Очевидно, складова $\xi^{(1)}(t)$ пов'язана з флуктуаціями вхідного потоку, $\xi^{(2)}(t)$ – з флуктуаціями часу обслуговування. Розклад граничного дифузійного процесу можна продовжити і подати $\xi^{(2)}(t)$ у вигляді

$$\xi^{(2)}(t)=\xi^{(2,1)}(t)+\xi^{(2,2)}(t), \quad (5) \tag{5}$$

де $\xi^{(2,1)}(t)=(\xi_1^{(2,1)}(t),\ldots,\xi_r^{(2,1)}(t))$, $\xi^{(2,2)}(t)=(\xi_1^{(2,2)}(t),\ldots,\xi_r^{(2,2)}(t))$ – незалежні гауссівські процеси. Процес $\xi^{(2,1)}(t)$ визначається середніми значеннями

$$M\xi_i^{(2,1)}(t)=\sum_{k=1}^{r}\xi_k^0 p_{ki}(t), \quad i=1,2,\ldots,r$$

і коваріаційними функціями

$$b_{ij}^{(2,1)}(t)=-\sum_{k=1}^{r}\frac{\theta_k}{\mu_k}p_{ki}(t)p_{kj}(t),\ i\neq j, \qquad b_{ii}^{(2,1)}(t)=\sum_{k=1}^{r}\frac{\theta_k}{\mu_k}p_{ki}(t)(1-p_{ki}(t)),\ i=j,$$

$$b_{ij}^{(2,1)}(s,s+t)=\sum_{k=1}^{r}\frac{\theta_k}{\mu_k}p_{ki}(s)[p_{ij}(t)-p_{kj}(t+s)].$$

Для $\xi^{(2,2)}(t)$ відповідні характеристики дорівнюють

$$M\xi_i^{(2,2)}(t)=0,\ i=1,2,\ldots,r, \qquad b_{ij}^{(2,2)}(t)=-\sum_{k=1}^{r}\lambda_k\int_0^t p_{ki}(u)p_{kj}(u)\,du,\ i\neq j,$$

$$b_{ii}^{(2,2)}(t)=\sum_{k=1}^{r}\lambda_k\int_0^t p_{ki}(u)(1-p_{ki}(u))du,\ i=j, \qquad b_{ij}^{(2,2)}(s,s+t)=\sum_{k=1}^{r}\lambda_k\int_0^s p_{ki}(u)[p_{ij}(t)-p_{kj}(t+u)]du.$$

Доданок $\xi^{(2,1)}(t)$ описує флуктуації часу обслуговування вимог, які знаходились у вузлах мережі в початковий момент часу. Процес $\xi^{(2,2)}(t)$ пов'язаний з флуктуаціями часу обслуговування вимог, які надійшли у мережу на проміжку $[0,t]$.

Розглянемо частковий випадок $[G|M|\infty]^r$ - мереж обслуговування. Будемо вважати, що на k - ий вузол, $k=1,2,\ldots,r$, надходить потік, який керується однорідним ланцюгом Маркова $\eta^{(k)}(t)$, $t\geq 0$ з множиною станів $\{1,2,\ldots,N_k\}$. Це означає, що моменти надходження вимог співпадають з моментами змін станів $\eta^{(k)}(t)$. Умови існування і властивості стаціонарного розподілу для мереж такого типу вивчені в роботах [4], [5]. Мережі з керованими вхідними потоками будемо позначати символом $[M_\eta|M|\infty]^r$.

Розглянемо процес обслуговування вимог у $[M_\eta|M|\infty]^r$ – мережі при критичному навантаженні.

Нехай $\pi^{(k)} = (\pi_1^{(k)}, \pi_2^{(k)}, ..., \pi_{N_k}^{(k)})$ ергодичний розподіл ланцюга $\eta^{(k)}(t)$, $\Pi^{(k)}$ – матриця розміром $N_k \times N_k$, рядки якої однакові та співпадають із ергодичним розподілом $\pi^{(k)}$, $\lambda_{ij}^{(k)}$ ($i \neq j$), $\lambda_{ii}^{(k)} = -\lambda_i^{(k)}$, $i, j = 1, ..., N_k$ інфінітезимальні характеристики ланцюга $\eta^{(k)}(t)$, $\Delta(\frac{1}{\lambda^{(k)}}) = \left\| \delta_{ij} \frac{1}{\lambda_i^{(k)}} \right\|_1^{N_k}$, $R_0^{(k)}$ – потенціал вкладеного ланцюга Маркова. Позначимо матрицю, складену з елементів $c_{\alpha\beta}^{(k)}$ через $C^{(k)} = \left\| c_{\alpha\beta}^{(k)} \right\|_1^{N_k}$,

$$c_{\alpha\beta}^{(k)} = \delta_{\alpha\beta}\lambda_\alpha^{(k)}\pi_\alpha^{(k)} + \lambda_\alpha^{(k)}\pi_\alpha^{(k)} \sum_{\substack{m=1 \\ m\neq\beta}}^{N_k} r_{\alpha m}^{(k)}\lambda_{m\beta}^{(k)} + \lambda_\beta^{(k)}\pi_\beta^{(k)} \sum_{\substack{m=1 \\ m\neq\alpha}}^{N_k} r_{\beta m}^{(k)}\lambda_{m\alpha}^{(k)}, \text{ де } \left\| r_{\alpha\beta}^{(k)} \right\|_1^{N_k} = (I - \Pi^{(k)})R_0^{(k)}\Delta(\frac{1}{\lambda^{(k)}})(I - \Pi^{(k)}).$$

Як наслідок теореми 1 отримаємо наступний результат.

Теорема 2. Нехай для мережі обслуговування типу $[M_\eta^{(n)}|M^{(n)}|\infty]^r$ виконується умова 2), ланцюг Маркова $\eta^{(k)}(t)$, $k = 1, 2, ..., r$ ергодичний, спектральний радіус матриці маршрутизації P менший 1 і

$$X^{(n)}(0) = ([\frac{\theta_1}{\mu_1} n + \sqrt{n}\xi_1^0], ..., [\frac{\theta_r}{\mu_r} n + \sqrt{n}\xi_r^0]),$$

де $\theta = (\theta_1, ..., \theta_r)$ - розв'язок рівняння балансу при $\lambda = (\sum_{k=1}^{N_1} \lambda_k^1 \pi_k^1, ..., \sum_{k=1}^{N_r} \lambda_k^r \pi_k^r)$.

Тоді нормований процес обслуговування

$$\xi_n(t) = n^{-1/2}(X^{(n)}(nt) - n\frac{\theta}{\mu})$$

на будь-якому скінченному проміжку $[0, T]$ слабко збігається в U– топології до дифузійного процесу Орнштейна-Уленбека $\xi(t)$ ($\xi(0) = \xi^0$) із вектором переносу $A(x)$ і матрицею дифузії B, визначеними в теоремі 1 при $\lambda_i = \sum_{k=1}^{N_i} \lambda_k^i \pi_k^i$, $\sigma_i^2 = (\bar{1}C^{(i)}, \bar{1})$, $i = 1, 2, ..., r$, $\bar{1}$ – N_i – вимірний вектор, складений із 1.

Висновки

Проведене дослідження показує, що при критичному навантаженні процес обслуговування вимог у мережі типу $[G|M|\infty]^r$ збігається в рівномірній топології до багатовимірного дифузійного процесу Орнштейна-Уленбека.

Граничний процес є більш простим і має розклад (4), (5) на незалежні гауссівські процеси. Компоненти цього розкладу відбивають структуру процесу обслуговування в $[G|M|\infty]^r$– мережі. Збіжність у рівномірній топології може бути використана для побудови розрахункових алгоритмів функціоналів якості обслуговування вимог.

Такі алгоритми є основою оптимального керування вхідними потоками в мережах типу $[G|M|\infty]^r$.

Список використаної літератури:

1. Прохоров Ю.В. Переходные явления в процессах массового обслуживания // Лит. матем. сб. – 1963. –Т. 3, № 1. – С. 199 – 206.
2. Боровков А.А. Асимптотические методы в теории массового обслуживания. – М.: Наука, 1980.
3. Анисимов В.В., Лебедев Е.А. Стохастические сети обслуживания. – К.: Либідь, 1992.
4. Лебедев Е.А., Шмигевский Н.В. О стационарном распределении управляемых сетей типа $[M|M|\infty]^r$ // Доповіді НАН України. Сер.: математика, природознавство, технічні науки. – 1998–№ 2. – с. 120 –123.
5. Lebedev E.A., Shmygevskyy M.V. Controlled networks of queues with $[M|M|\infty]$– nodes // Proceedings of the 2–nd International Symposium on Semi-Markov Models: Theory and Applications. – Universite de Technologie de Compiegne, France. - 1998. – P. 1– 6.
6. Anisimov V.V. Diffusion approximation for processes with semi-Markov switches and applications in queueing models // Semi – Markov Models and Applications, Eds: J.Janssen and N.Limnios, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands. – 1999. – P. 77 –101.

Стаття надійшла до редакції 03.04.2012

Диффузионная аппроксимация многоканальных сетей процессом Орнштейна–Уленбека
Шмигевский Н.В.
Киевский национальный университет технологий и дизайна

Для сетей обслуживания типа $[G|M|\infty]^r$ в перегруженном режиме доказана сходимость в равномерной топологии многомерного процесса обслуживания к диффузионному процессу Орнштейна-Уленбека. Основным условием, налагаемым на входной поток, является справедливость функциональной центральной предельной теоремы. Как следствие изучаются сети обслуживания с управляемым источником требований.

Ключевые слова: диффузионный процесс, функциональной центральной предельной теоремы, сеть.

Diffusion approximation of multi-channel networks by Ornstein–Uhlenbeck's process
Shmygevskyi M.V.
Kyiv national university of technology and design

For queuing networks of the $[G|M|\infty]^r$ type in heavy traffic the convergence of many-dimensional service process to diffusion Ornstein-Uhlenbeck's process in uniform topology is proved. Principal hypothesis imposed on input flow is satisfiability of the functional central limit theorem. As consequence the queuing networks with controlled source of calls are investigated.

Keywords: diffusion process, functional central limit theorem, the network.