

УДК 519.86:314

## ТРИ РЕЖИМИ В НЕЛІНІЙНІЙ МОДЕЛІ ПОПУЛЯЦІЇ - ВПЛИВ НЕЛІНІЙНОСТІ НА ПРОЦЕС КОЛИВАНЬ

Студ. А.Р. Гончаренко, гр. БМР-15

Наук. керівник доц. О.Л. Блохін

Київський національний університет технологій та дизайну

В доповіді розглянуте застосування математичних моделей в теорії розвитку біологічних популяцій. Дана теорія розглядає з однієї точки зору різні аспекти основних закономірностей зміни чисельності популяцій, в тому числі, і клітин, що мешкають як в природних умовах так і в лабораторних. Основні особливості пов'язані з факторами, що лімітують ріст середовища, та з взаємодією різних видів у процесі росту.

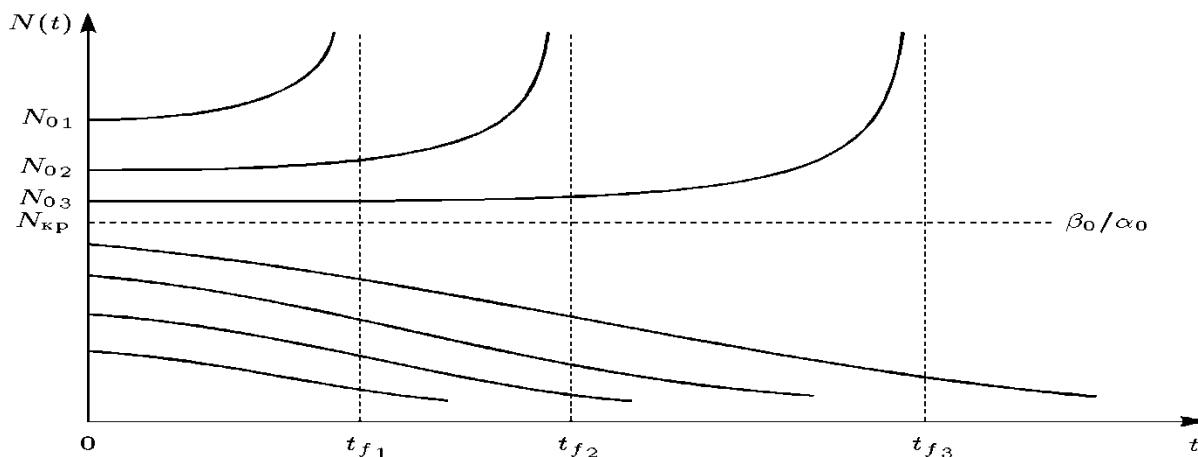
Модель природного росту чисельності популяції (модель Мальтуса) описується диференціальним рівнянням балансу чисельності популяції :

$$\frac{dx}{dt} = (y - \sigma)x \text{ або } \frac{dx}{dt} = \varepsilon x, \int_{x_0}^x \frac{dx}{x} = \int_0^t \varepsilon dt \quad \ln \frac{x}{x_0} = \varepsilon t$$

Якщо коефіцієнт народжуваності і смертності залежить від чисельності популяції, то рівняння динаміки популяції буде нелінійним

$$\frac{dN}{dt} = (\alpha(N) - \beta(N))N .$$

Модель справедлива в популяції, де її члени повинні бути зацікавлені в зростанні. Наприклад, нехай  $\beta(T) = const, \alpha(N) = \alpha_0 N$  . Тоді рівняння має квадратичну не лінійність, яка породжує велику різноманітність ефектів . Деякі можливі розв'язки такого рівняння зображені на рис.



Ми маємо три можливих режими розвитку популяції : нестійкість розміру , сильна чутливість розміру популяції до початкових даних або катастрофічний ріст чисельності за скінчений час.

При  $N_0 < N_{кр} = \beta_0 / \alpha_0$  чисельність популяції монотонно спадає и прямує до нуля.

При  $N_0 = N_{кр} = \beta_0 / \alpha_0$  чисельність популяції не залежить від часу

При  $N_0 > N_{кр} = \beta_0 / \alpha_0$  чисельність популяції швидко зростає і прямує до нескінченності.