

УДК 519.95

АВТОМАТИЗАЦІЯ МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕРХОНЬ ВИРОБІВ ЛЕГКОЇ ПРОМИСЛОВОСТІ

Б.Л. ШРАМЧЕНКО

Київський національний університет технологій та дизайну

Розглядається задача автоматизованої побудови поверхні виробу легкої промисловості на основі поданих межових умов. Вихідні межові умови являють собою перетини створюваної поверхні площинами паралельними координатним. Для розв'язання задачі застосовані відомі ключі пропорційності отримання каркасу поверхні. Отримані аналітичні вирази координат вузлових точок каркасу для застосованих ключів

При проектуванні виробів легкої промисловості відбувається перехід від розмірних ознак, знятих з людини, до плоских представлень деталей виробу. Сучасні методи отримання вихідних даних для проектування дозволяють використовувати не тільки числові значення розмірних ознак, але і форми деяких кривих на поверхні тіла людини. Таким чином виникає задача переходу від поданих кривих до поверхні майбутнього виробу. Побудова розгортки відтвореної поверхні або окремих ділянок її дає можливість отримати викрійки деталей виробу, що проектується [1]. При цьому виникає питання, наскільки відтворена поверхня подібна до відповідної поверхні тіла людини. Відповідь на це питання можуть дати експерименти, для проведення яких доцільно автоматизувати процес відтворення поверхні.

У поданій роботі розглядаються методи відтворення поверхні при поданих межових умовах, які являють собою перетини шуканої поверхні площинами паралельними координатним. На основі поданих перетинів і певних припущень відносно властивостей шуканої поверхні будується за допомогою ключів пропорційності [2, 3] система ліній, що належать цій поверхні, і утворює її каркасну модель. Точки перетину ліній каркасу називаються вузловими. Будь-який ключ будується у додатковій координатній площині, що певним чином пов'язана з основними. Для різних типів поверхонь застосовуються різні ключі, у поданій роботі аналізуються трикутний та чотирикутний.

Об'єкти та методи дослідження

Трикутний ключ використовується, коли подана межа поверхні складається з трьох кривих, дві з яких лежать у площинах паралельних деякій координатній площині (наприклад, горизонтальній), а одна – у площині перпендикулярній до вище вказаних і паралельній деякій координатній площині (наприклад, фронтальній). Каркас, що будується, складається з перетинів поверхні горизонтальними і фронтальними або радіальними (вертикальними, що містять вісь z) площинами.

Розглянемо визначення координат вузлових точок каркасу поверхні, обмеженої горизонтальними лініями AB , CD , фронтальною лінією BD та профільною лінією AC (рис.1). Трикутний ключ пропорційності має вигляд трикутника $P_k B_k D_k$. Точка P_k вибирається довільно на продовженні вісі z . Точки B_k і D_k , користуючись вертикальними лініями зв'язку, приводять у взаємно однозначну відповідність з горизонтальними та фронтальними проєкціями точок B та D (точки B_k і D_k на вісі x). В трикутнику $P_k B_k D_k$ сторона $P_k B_k$ є відображенням кривої лінії AB ($A_1 B_1$, $A_2 B_2$), сторона $P_k D_k$ – відображенням лінії CD ($C_1 D_1$, $C_2 D_2$), а лінія $B_k D_k$ - відображенням лінії BD ($B_1 D_1$, $B_2 D_2$). (рис.1).

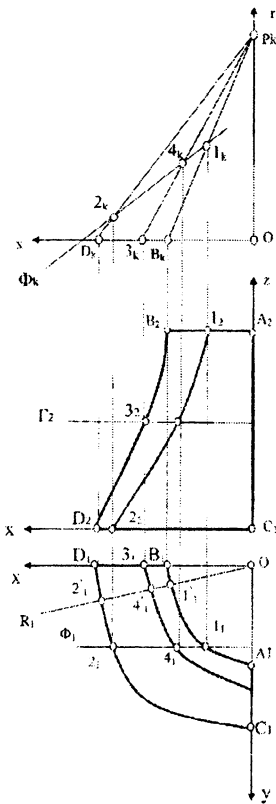


Рис. 1. Трикутний ключ

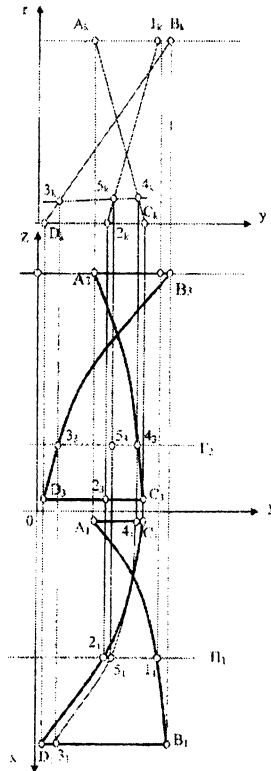


Рис. 2. Чотирикутний ключ

Побудова каркасу зводиться до визначення координат вузлових точок. Координата z визначається поданим горизонтальним перетином, якому належить ця точка. У разі, коли вузлова точка належить поданому фронтальному перетину координата y фіксована, і треба визначити тільки координату x . У випадку, коли лінії каркасу належать вертикальним радіальним площинам, крім координати x , треба визначити і координату y .

Чотирикутний (трапецеїдальний) ключ використовується, коли межовий контур поверхні складається з чотирьох кривих: дві з яких лежать у площинах паралельних деякій координатній площині (наприклад, горизонтальній), а дві інші – у площинах, що паралельні іншій координатній площині (наприклад, профільній). Каркас, що будується, складається з перетинів поверхні площинами, що паралельні межовим перетинам.

Розглянемо ділянку поверхні, обмежену лініями AC та BD , а також горизонтальними площинами, які проходять через соскову B та кореневу D точки грудної залози (лінії AB та CD).

Основою розв'язання поставленого завдання є побудова чотирикутного (трапецеїдального) ключа пропорційності, котрий можна розглядати як трикутний ключ з неявною вершиною P_k . Для побудови ключа у системі координат $гОу$ на довільній відстані від вісі y проведемо дві прямі лінії паралельно цій вісі, і на цих лініях за допомогою вертикальних ліній зв'язку побудуємо точки A_k, B_k, C_k та D_k у взаємно однозначній відповідності з горизонтальними та фронтальними проекціями відповідних точок.

Відрізки $A_k B_k$ та $C_k D_k$ – основи ключа пропорційності (трапеції). Після з'єднання кінців відрізків отримаємо дві бічні сторони чотирикутника $A_k C_k$ та $B_k D_k$.

Далі, вибираємо довільно профільні січні площини Π', Π'', \dots , в яких бажано отримати плоскі криві лінії каркасу. Визначивши горизонтальні проекції точок $1_1'$ і $2_1'$ на лініях AB і CD , за допомогою ліній зв'язку переносимо їх на відповідні фронтальні та профільні проекції, а також на відображення цих ліній $A_k B_k$ і $C_k D_k$ (точки $1_k', 2_k'$) на ключі.

Після цього також довільно проводимо горизонтальні січні площини Γ', Γ'' . Визначаємо точки $3_3', 3_3'' \dots$ та $4_3', 4_3''$ і відповідні точки на чотирикутному ключі пропорційності (точки $3_k', 4_k'$).

Точки $5_k', 5_k'', \dots$ перетину сімейства прямих $\Gamma_k' (3_k' 4_k')$ та $\Pi_k' (1_k', 2_k')$, при перенесенні їх з ключа на сліди відповідних січних

площин, дають можливість побудувати шукані плоскі криві лінійного каркасу поверхні.

Постановка завдання

На основі розглянутих геометричних методів побудови каркасу шуканої поверхні треба розробити програмні засоби автоматизованого моделювання поверхонь при поданих межових умовах. Для розв'язання поданої задачі необхідно отримати аналітичні вирази координат вузлових точок каркасу поверхні, що будується, а також забезпечити автоматизоване введення вихідних даних, обчислення координат вузлових точок, візуальне представлення результатів, збереження отриманих результатів для подальшого використання.

Результати та їх обговорення

Розглянемо визначення координат вузлової точки при застосуванні трикутного ключа. Точка 4_k (рис. 1) перетину відображень горизонтальної та фронтальної ліній каркасу визначає шукану координату x . Визначимо координату x_4 точки на поверхні при поданих координатах y та z . Рівняння прямої $P_k D_k$ має вигляд $x_D/r_P = (x_D - x_4)/r$. Рівняння прямої $P_k B_k$ має вигляд $x_B/r_P = (x_B - x_4)/r$. Рівняння прямої $P_k Z_k$ має вигляд $x_3/r_P = (x_3 - x_4)/r$.

На площині ключа – координати точок 1 і 2 визначаються виразами

$$r_1 = r_P (x_B - x_1)/x_B, \quad r_2 = r_P (x_D - x_2)/x_D.$$

Тому рівняння прямої, що проходить через точки 1 і 2, представляється так

$$(r_P (x_D - x_2)/x_D - r_P (x_B - x_1)/x_B)/(x_2 - x_1) = (r - r_P (x_B - x_1)/x_B)/(x_4 - x_1).$$

Значення координати x_4 точки 4 (рис.1) отримуємо з системи

$$(r_P (x_D - x_2)/x_D - r_P (x_B - x_1)/x_B)/(x_2 - x_1) = (r - r_P (x_B - x_1)/x_B)/(x_4 - x_1), \\ x_3 / r_P = (x_3 - x) / r.$$

З другого рівняння $r = r_P(x_3 - x_4)/x_3$.

Після заміни r в першому рівнянні системи і скорочення на r_P отримуємо

$$((x_D - x_2)/x_D - (x_B - x_1)/x_B)/(x_2 - x_1) = ((x_3 - x_4)/x_3 - (x_B - x_1)/x_B)/(x_4 - x_1),$$

або

$$x_4((x_D - x_2)/x_D - (x_B - x_1)/x_B) + (x_2 - x_1)/x_3 = x_1((x_D - x_2)/x_D - (x_B - x_1)/x_B) + x_1(x_2 - x_1)/x_B.$$

Після приведення подібних маємо

$$x_4(x_1/x_B - x_2/x_D + (x_2 - x_1)/x_3) = x_1(x_2/x_B - x_2/x_D).$$

Тому

$$x_4 = x_1(x_2/x_B - x_2/x_D)/(x_1/x_B - x_2/x_D + (x_2 - x_1)/x_3). \quad (1)$$

Очевидно, що отримане співвідношення зберігається і у випадку, коли для побудови каркасу замість фронтальних площин використовуються радіальні вертикальні площини R . Але в цьому випадку треба визначити координату y точки каркасу (точка $4'$ на рис. 1). Враховуючи, що горизонтальна проекція цієї точки лежить на прямій, що проходить через початок координат, і горизонтальні проекції точок перетину R з лініями AB та CD подані, маємо

$$y_4 = y_1 + (x - x_1)(y_2 - y_1)/(x_2 - x_1).$$

Остання формула записана в припущенні, що площина R перетинає лінії AB та CD відповідно у точках 1 та 2, яким на рис. 1 відповідають точки $1'$ та $2'$. У випадку, коли при побудові каркасу у якості вертикальних площин використовуються профільні, координата y точки каркасу визначається формулою, що прямує з (1) після заміни усіх x -координат на y .

$$y = y_1(y_2/y_B - y_2/y_D)/(y_1/y_B - y_2/y_D + (y_2 - y_1)/y_3).$$

Тепер зупинимося на визначенні координат вузлових точок при застосуванні чотирикутного ключа. Визначаючи координату y точки каркасу (на рис. 2 точка 5), яка лежить на перетинанні профільної площини П з координатою $x_{П}$, горизонтальної площини Г з координатою $z_{Г}$ та належить шуканій поверхні, скористаємося рівняннями (2), (3), (4) прямих A_kC_k , B_kD_k та l_{k2_k} відповідно.

$$(y_A - y_C) / r_{AC} = (y - y_C) / r; \quad (2)$$

$$(y_B - y_D) / r_{AC} = (y - y_D) / r; \quad (3)$$

$$(y_1 - y_2) / r_{AC} = (y - y_2) / r. \quad (4)$$

У поданих рівняннях $r_{AC} = r_A - r_C = r_B - r_D = r_1 - r_2$.

З рівнянь (2) та (3) отримуємо r -координати точок 4_k та 3_k (рис.2).

$$r_4 = r_{AC} (y_4 - y_C) / (y_A - y_C); \quad r_3 = r_{AC} (y_3 - y_D) / (y_B - y_D).$$

Тому рівняння прямої, що проходить через точки 3_k та 4_k , має вигляд

$$(y_3 - y_4) / r_{AC} ((y_3 - y_D) / (y_B - y_D) - (y_4 - y_C) / (y_A - y_C)) = (y - y_4) / (r - r_{AC} (y_4 - y_C) / (y_A - y_C)).$$

Координати точки 5_k знаходимо з умови належності цієї точки прямим l_{k2_k} та 3_k4_k .

$$(y_1 - y_2) / r_{AC} = (y_5 - y_2) / r_5;$$

$$(y_3 - y_4) / r_{AC} ((y_3 - y_D) / (y_B - y_D) - (y_4 - y_C) / (y_A - y_C)) = (y_5 - y_4) / (r_5 - r_{AC} (y_4 - y_C) / (y_A - y_C)).$$

З першого рівняння системи маємо $r_5 = (y_5 - y_2) r_{AC} / (y_1 - y_2)$.

Підставляючи останнє співвідношення в друге рівняння системи, отримуємо

$$(y_3 - y_4) / r_{AC} ((y_3 - y_D) / (y_B - y_D) - (y_4 - y_C) / (y_A - y_C)) = (y_5 - y_4) / ((y_5 - y_2) r_{AC} / (y_1 - y_2) - r_{AC} (y_4 - y_C) / (y_A - y_C)).$$

Після скорочення на r_{AC} і приведення лівої та правої частин рівняння до спільного знаменника маємо

$$(y_3 - y_4) (y_5 - y_2) / (y_1 - y_2) - (y_3 - y_4) (y_4 - y_C) / (y_A - y_C) = (y_5 - y_4) (y_3 - y_D) / (y_B - y_D) - (y_5 - y_4) (y_4 - y_C) / (y_A - y_C).$$

Зібравши у лівій частині усі доданки з множником y_5 , приводимо рівняння до вигляду

$$y_5 ((y_3 - y_4) / (y_1 - y_2) + (y_4 - y_C) / (y_A - y_C) - (y_3 - y_D) / (y_B - y_D)) = y_4 ((y_4 - y_C) / (y_A - y_C) - (y_3 - y_D) / (y_B - y_D)) + (y_3 - y_4) ((y_4 - y_C) / (y_A - y_C) + y_2 (y_3 - y_4) / (y_1 - y_2)).$$

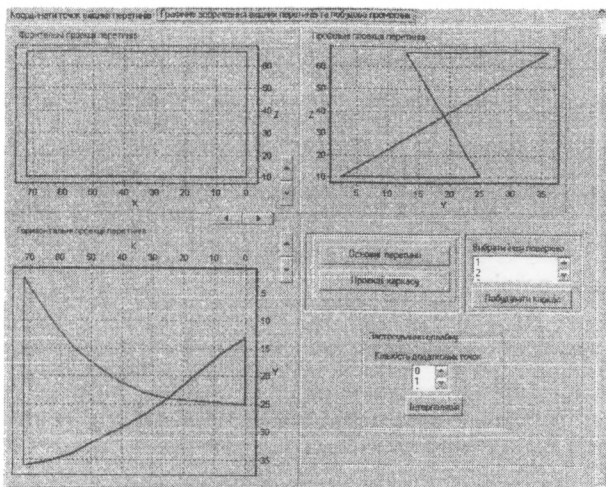


Рис. 3. Графічне представлення вихідних даних для випадку чотирикутного ключа

Привівши подібні у правій частині отримуємо

$$y_5 ((y_3 - y_4) / (y_1 - y_2) + (y_4 - y_C) / (y_A - y_C) - (y_3 - y_D) / (y_B - y_D)) = y_2 (y_3 - y_4) / (y_1 - y_2) - y_4 (y_3 - y_D) / (y_B - y_D) + y_3 (y_4 - y_C) / (y_A - y_C).$$

Звідси остаточно маємо

$$y_5 = (y_2 (y_3 - y_4) / (y_1 - y_2) - y_4 (y_3 - y_D) / (y_B - y_D) + y_3 (y_4 - y_C) / (y_A - y_C)) / ((y_3 - y_4) / (y_1 - y_2) + (y_4 - y_C) / (y_A - y_C) - (y_3 - y_D) / (y_B - y_D)).$$

Всі виконані перетворення зроблено у припущенні $y_1 \neq y_2, y_A \neq y_C, y_B \neq$

Якщо $y_1 = y_2$, то $y_5 = y_1$. У випадку, коли $u_A = u_C$ або $u_B = u_D$, метод непридатний.

Для збільшення щільності каркасу застосовано метод параболічної інтерполяції вихідних межових ліній. Збереження вихідних даних та результатів моделювання здійснено в розробленій базі даних, що складається з восьми таблиць. Таблиці створені у СУБД ACCESS 2007, а зв'язок між таблицями типу «головна – підлегла» та «за полем перегляду» організовано у системі програмування BorlandC++Builder.

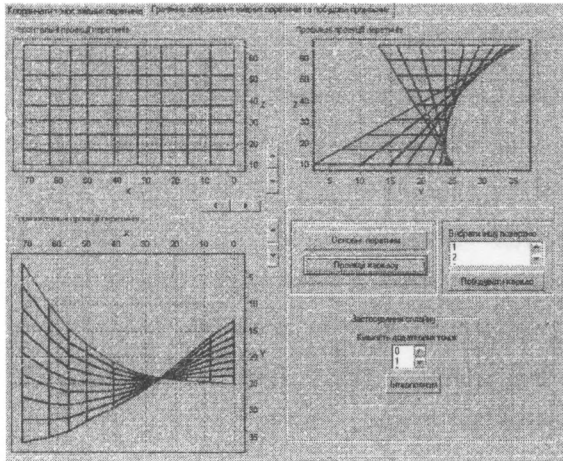


Рис. 4. Проекції каркасу

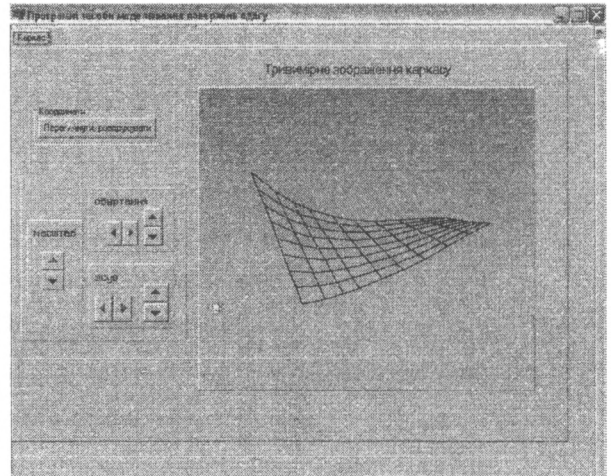


Рис. 5. Просторове зображення каркасу поверхні

Приклад графічного представлення вихідних даних показано на рис.3, а відповідні проекції побудованого каркасу – на рис.4. Просторове представлення побудованого каркасу наведено на рис.5.

Для візуального представлення вхідних даних та результатів застосовано компонент TChart. Вивід проекцій вхідних кривих та ліній каркасу здійснюється за допомогою властивості Series, а просторового зображення каркасу – за допомогою Canvas3D.

Висновки

Отримані аналітичні вирази для координат вузлових точок каркасів, побудованих за допомогою трикутного та чотирикутного ключів пропорційності. Визначені обмеження на вихідні дані при застосуванні розглянутих ключів. Розроблені програмні засоби забезпечують автоматизацію проведення досліджень ефективності конкретних ключів при побудові окремих ділянок поверхонь виробів легкої промисловості. Подальші дослідження можуть бути проведені у напрямку розробки нових ключів та визначення області ефективності для відомих. При цьому актуальним залишається питання автоматизації порівняння властивостей побудованої поверхні з властивостями реальної. Окремою задачею залишається побудова розгортки при поданих просторових лініях розрізу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Богушко О.О. Геометричні основи побудови поверхонь одягу. Навчальний посібник. Частина 1. – К.: КНУТД, 2001.
2. Котов И.И. Геометрические основы ключевых способов построения поверхностей. // Труды ВЗЭИ. – М.: вып. 10, 1957.
3. Вильямс Д.А. Построение криволинейных поверхностей. – М.: Машгиз, 1951.

Надійшла 29.06.2010