

того, щоб не тільки забезпечити економічну безпеку країни, але й зменшити безробіття, сприяти зростанню доходів як споживачів, так і виробників, розвитку інвестицій в економіку України.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Макконел К. Р. Экономикс: Принципы, проблемы и политика. / К. Р.Макконел, С. Л. Брю / [пер. с англ.] – М.: Республика, 1992, – 399с.
2. Ватаманюк З.Г. Економічна теорія: макро- і мікроекономіка. / З. Г. Ватаманюк, С. М. Панчишин, С. К. Реверчук / Київ: Видавничий дім "Альтернативи", 2001, - 608 с.
3. Бланк И. А. Финансовый менеджмент - К: Ника-Центр, Эльга. – 2002, - 265с.
4. Балабанов И. Т. Основы финансового менеджмента - М: Финансы и статистика. – 1998, - 477с.
5. Перехідна економіка: Підручник / В. М. Геєць, Є. Г. Панченко, Е. М. Ліанова та ін.; За ред. В. М. Гейця. – К.: Вища школа, 2003. – 591 с.
6. Макроекономіка / За редакцією А.Г. Савченка. Підручник. – Київ:Либідь. – 1995. – 207с.
7. Самюельсон П. Макроекономіка. / П. Самюельсон, А. Нордгауз, Д. Вільям / [пер. з англ.]. - К.: Основи, 1995. - 544с.
8. Науково-виробничий журнал «Легка промисловість» №2, 2009. – 52с.
9. <http://www.ukrststgov.ua/>
10. <http://www.management.com.ua/>
11. <http://economics.wideworld.ru/>

Надійшла 11.05.2010

УДК 336.7

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ С ДОЛГОВРЕМЕННОЙ ПАМЯТЮ С ПОМОЩЬЮ МОДЕЛЕЙ КЛАССА ARFIMA

Е.С. ОСТАПЕНКО, Т.А. ДУНАЕВА

Национальный технический университет Украины «КПИ»

*В статье рассмотрена проблема прогнозирования временных рядов цен акций ведущих мировых компаний, которым свойственна долгосрочная память. Делается предположение о том, что игнорирование наличия подобной корреляционной структуры у временных рядов, применяя традиционные методы анализа, приводит к появлению значительно большей погрешности, чем учёт долговременной памяти при фактическом ее отсутствии. Используя разработанный ранее алгоритм прогнозирования на базе моделей класса ARFIMA, на основе нескольких временных рядов, которым свойственна хаотическая динамика, доказывается данное предположение.*

Одной из основных задач, которые ставит перед собой современная экономическая наука, является анализ и прогнозирование разного рода динамики развития всех видов рынков. При этом особое место занимает «предсказание» цен на биржевых рынках. Важность развития данного направления трудно преувеличить, поскольку именно от соответствия полученного прогноза действительности зависит эффективность принятых на его базе управленческих решений.

Как известно, на сегодняшний день существует множество подходов к решению подобных задач, большинство из которых принадлежат традиционным методам анализа.

Так, в развитии теоретической прогностики стоит отметить работы И.Бернара, Н. Винера, Д.Ж. Джонстона, Ж.-К.Колли, В.В.Леонтьева, К.Паррамоу, М. Песарана, О. М.Дж.Кендалла, Ю.Колека, Л.Слейтера и др.

История развития продуктивной прикладной прогностики начинается с прогнозов Г.Ландсберга, Л.Фишмана, Дж. Фишера, прогноза Дж.Ф.Дьюхорста, Дж.О.Коппока, П.Л.Йейста, и др.

В бывшем СССР проводились серьезные экономические прогностические исследования. Отметим труды известных советских и российских ученых: А.Г. Аганбегяна, Л.В.Канторовича, С.А. Айвазяна, В.А. Кардаша, В.С., Немчинова, В.В. Новожилова, Н.П. Федоренко, С.С. Шаталина, А.Н. Ширяева, В.А.Буторова, И.Г.Винтизенко, Г.В.Гореловой.

Последнее десятилетие – это начало активного изучения и переосмысливания вопросов математического моделирования экономических процессов. Пересматриваются законы линейной парадигмы, появляются публикации (Б.М. Фридман, Д.И. Лейсбон, Е.Д. Вейгель, А.Л. Тернер и др.), в которых отмечается, что многие экономические процессы не следуют нормальному закону распределения по причине невыполнения условия независимости наблюдений. Это в свою очередь ставит вопрос о неправомерности применения известных классических методов прогнозирования эволюционных процессов. В контексте экономических теорий появляется экономическая синергетика как наука, занимающаяся изучением хаоса в поведении экономических процессов. Исследованию этих вопросов посвящены работы как, в основном, зарубежных, так и отечественных авторов: А.Е.Андерсон, Дж.Грендмонт, В.Б.Занг, Б.Мандельброт, Э.Петерс, А.И. Пригожин, Э.Сигел, Р.Чен, В.А. Долятовский, С.П. Курдюмов, Г.Г. Малинецкий и др.

#### *Постановка задачи*

В этой работе делается предположение о том, что ежедневные колебания цен на акции всемирно известной компании Google – процесс Херста, то есть им свойственна долговременная память, а значит такой временной ряд не может быть эффективно проанализирован с помощью традиционных стационарных моделей, которые полностью игнорируют этот факт.

Таким образом, была поставлена задача, используя метод R/S-анализа установить наличие долговременной памяти у исходного временного ряда, определить его тип (розовый, серый, чёрный шум). На основании полученных результатов необходимо выбрать наиболее адекватную для прогноза модель из класса ARFIMA, то есть оценить параметры данного процесса, и в конечном итоге, получить прогноз цен акций на необходимое количество периодов, используя выбранную ранее модель.

Параллельно с этим, была поставлена задача получения прогнозного значения того же ряда с использованием традиционных методов, не учитывающих долговременную память, что дает возможность подтвердить или опровергнуть более высокую эффективность нелинейных моделей при прогнозировании временных рядов, с рассматриваемой корреляционной структурой, в отличие от традиционных методов.

В качестве основного метода решения поставленной в данной работе задачи была выбрана обобщенная версия авторегрессионных интегрированных моделей скользящего среднего – модель ARFIMA. Поскольку именно она позволяет выработать авторегрессионный дробно-интегрированный

процесс скользящего среднего, что по сути является наложением процессов кратковременной памяти AR и MA поверх процесса долговременной памяти, а значит и избежать описанного выше недостатка линейной парадигмы.

В отличие от ARIMA, где порядок интегрируемости рассматриваемого процесса  $X_t$  мог принимать только целые значения, в представляемой модели это ограничение отсутствует, а значит степень оператора сдвига соответствующего дифференциального уравнения может быть любым реальным значением, включая дробные величины. Благодаря этому, имеем сумму бесконечного количества элементов ряда, что по сути является математической интерпретацией долговременной памяти в модели.

Помимо этого, дробное дифференцирование дает возможность более точно описать реальный непрерывный процесс путём его преобразования в дискретный посредством разбиения процесса на более мелкие компоненты, чем при целочисленном дифференцировании.

Всё это, в свою очередь, дает право предполагать, что модель ARFIMA обладает потенциальными возможностями для описания фондовых рынков, а полученные с ее помощью результаты являются более достоверными по сравнению с другими моделями.

В качестве вспомогательного инструмента, необходимого для оценки коэффициентов рассматриваемой модели, был использован R/S-анализ.

Преимущества R/S-анализа в сравнении с традиционными методами выявления долговременной зависимости (анализ автокорреляций, отношения дисперсий, спектрального разложения) заключаются в том, что в отличие от спектрального анализа, который определяет периодические циклы, R/S-анализ способен выявить «непериодические» циклы, то есть циклы, период которых равен или превосходит объем выборки.

Таким образом, в результате применения R/S анализа к исследуемым временным рядам был получен показатель Херста, что дало возможность сделать выводы о виде каждого из проанализированных таким образом рядов. Кроме этого существует прямая зависимость между показателем Херста и дробным оператором дифференцирования  $d$  модели ARFIMA(p, d, q)[1], который выражается такой формулой:

$$d=H-0.50. \quad (1)$$

Сам процесс  $X_t$  называется ARFIMA(p, d, q), если он может быть представлен в таком виде:

$$\Phi(L)(1-L)^d X_t = \Theta(L)\varepsilon_t, \quad (2)$$

где L – оператор сдвига  $L^d X_t = X_{t-d}$ ,

$$\Phi(L) = 1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p \text{ и} \quad (3)$$

$$\Theta(L) = 1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q \quad \text{конечные лаговые полиномы.} \quad (4)$$

Считается, что все корни уравнения  $\Phi(z)\Theta(z) = 0$  по модулю больше единицы. Ошибки  $\varepsilon_t$  считаются белым шумом, то есть независимыми одинаково распределёнными случайными величинами с

нулевым средним и некоторой постоянной дисперсией  $\sigma^2$ . В этом случае говорят, что процесс  $X_t$  имеет порядок интегрирования  $d$ . При  $d=0$   $X_t$  - стационарный процесс, который удовлетворяет модели ARMA, а при  $d = 1, 2, \dots$  - процесс, который удовлетворяет модели ARIMA(p, d, q). При  $d < 1$  получаем дробно интегрированный процесс, которому удовлетворяет такая формула:

$$(1-L)^d = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{d}{k} L^k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d)}{\Gamma(-d)\Gamma(k+1)} L^k = \sum_{k=0}^{\infty} A_k L^k, \quad (6)$$

где  $\Gamma$  - гамма-функция,  $\Gamma(t) = \int_0^{\infty} x^{t-1} e^{-x} dx$  при  $t > 0$  и  $\Gamma(t+1) = t\Gamma(t)$  для всех  $t \neq 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  [10].

Таким образом, алгоритм решения поставленной задачи заключается в следующем:

1. Выбор временного ряда, на базе которого необходимо получить прогноз.
2. Применение R/S-анализа, нахождение показателя Херста.
3. Определение типа временного ряда (розовый, серый, черный шум).
4. Нахождение параметра дробной интеграции, переход к ARMA процессу.
5. Применение процедуры Бокса-Дженкинса.
6. Получение прогноза на заданное количество периодов с помощью модели ARFIMA.

#### **Результаты исследований**

Таким образом, используя вышеизложенную методологическую базу, в работе были проанализированы три временных ряда курсов акций известной компании Google, которым, как было установлено в процессе анализа, свойственна хаотическая динамика. В результате был получен прогноз как с учётом имеющейся в них долговременной корреляционной структуры, так и без неё, то есть на базе процессов ARFIMA и ARMA соответственно. Полученные результаты были сопоставлены с реальными значениями.

В результате, суммарная погрешность для модели ARFIMA составила всего 0,38%, в то время как для прогноза, полученного на базе ARMA процесса и игнорирующего наличие долгосрочной памяти ряда, она составила 1,17%. Полученные результаты бесспорно подтвердили предположения о том, что модель ARFIMA обладает потенциальными возможностями для описания рынков, а полученные с ее помощью результаты являются более достоверными по сравнению с другими моделями; игнорирование наличия долгосрочной памяти ряда приводит к существенным погрешностям прогноза даже в краткосрочном периоде.

Учитывая специфику поставленной задачи, в данной работе реализация разработанного алгоритма выполнялась на языке C++ в среде Borland Builder C++ 6.

Решение поставленной задачи - получение краткосрочного прогноза курса акций - реализуется двумя методами, которые размещены на разных вкладках программы. Такой подход позволяет сравнивать полученные разными способами прогнозные значения, и выбирать более приемлемые результаты.

Кроме того, при получении прогноза с помощью модели ARFIMA сначала проводится полноценный R/S-анализ исходного временного ряда с дальнейшим получением показателя Херста на его основе. На основе этих промежуточных результатов можно сделать выводы относительно характера исходных данных.

Другой вариант - ARMA процесс - является эффективным при условии стационарности исходного временного ряда.

Таким образом, можно утверждать, что с помощью данного программного продукта возможно получение эффективного прогноза для любого исходного временного ряда.

Итак, в результате проведенной работы были выявлены основные недостатки и проблемы линейных моделей стационарных временных рядов с краткосрочной памятью. С помощью R/S-анализа было доказано существование временных рядов с долгосрочной корреляционной структурой в экономике, которое дало логическое обоснование использованию синергетических методов при прогнозировании временных рядов подобного рода.

На практике, для исследования выявленной хаотичной динамики в курсах акции компании Google был выбран класс моделей ARFIMA. Было установлено, что модели данного класса действительно учитывают долгосрочную память временных рядов и тем самым способны существенно улучшить полученные прогнозы. Этот вывод можно сделать, сравнив результаты, полученные с помощью модели ARFIMA и обычного ARMA процесса, что и было сделано в данной работе.

#### **Выводы**

Огромный опыт математического моделирования динамических (эволюционных) процессов, накопленный в мире за последние десятилетия, неизменно расширил и много в чём изменил устоявшиеся представления об адекватности существующих математических моделей, сути этих процессов. Стало ясно, что классического арсенала математического моделирования, которое основывается на так называемой линейной парадигме (небольшие возмущения входящих данных системы в незначительной степени изменяют ее траекторию), во многих случаях явно недостаточно для построения адекватных математических моделей. Подобные процессы, как правило, предполагают, что ценовые изменения независимы, а значит – удовлетворяют нормальному закону распределения с устойчивым средним значением и конечной дисперсией. Основанные на этих предположениях модели развивались вопреки очевидности.

Одна из основных ошибок линейной парадигмы – концепция равновесия, которая предполагает, что при отсутствии экзогенных факторов система находится в равновесии, а при воздействии на неё – реагирует и возвращается на место линейным образом. Рыночная открытая экономика бесспорно является эволюционирующей структурой, основные движущие силы которой – эмоциональные предпосылки, такие как жадность и страх.

Вторым, на мой взгляд, достаточно существенным недостатком линейных моделей является то, что в них не учитывается предыстория процесса. Ведь субъект на рынке формирует своё решение в настоящем или по отношению к будущему, отталкиваясь от прошедших событий.

Эти обстоятельства спровоцировали фундаментальный пересмотр линейной концепции и переход на так называемую нелинейную парадигму (nonlinear science) в математическом моделировании (небольшие возмущения входящих данных или значений переменных динамической системы способны в

катастрофически большой степени изменить траекторию в силу сложности самой системы и хаотичности ее поведения).

Таким образом, принимая во внимание просчёты линейной парадигмы и тот факт, что рынки – это нелинейные динамические системы, можно утверждать, что альтернативные методы анализа рынка, в частности, модели класса ARFIMA являются на сегодняшний день одними из самых эффективных.

Кроме того, в контексте сложившихся к настоящему времени методов экономико-математического прогнозирования следует отметить, что реализации собственно прогнозирования, по необходимости должен предшествовать этап предпрогнозного анализа. Имеется основание ожидать, что чем качественней предпрогнозные характеристики, тем лучше результаты прогнозирования.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Петерс Э.: «Фрактальный анализ финансовых рынков: Применение теории Хаоса в инвестициях и экономике». – М.:–Интернет-трейдинг.– 2004. – 304 с. – ISBN:5-902360-03-X.
2. Петерс Э.:Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка.: Пер. с англ. – М.:–Мир.– 2000. – 333 с. – ISBN:5-03-003356-4.
3. Швагер Д.: „Технический анализ. Полный курс”. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2005. – 806 с. – ISBN: 333-966-3131-26-1.
4. Морозов Т.Г., Пикулькин А.В., Тихонов В.Ф. и др.: „Прогнозирование и планирование в условиях рынка”. Учебное пособие для вузов. Под ред. Т.Г. Морозовой, А.В. Пикулина. – М.: –ЮНИТИ-ДАНА.– 1999. – 318 с. – ISBN: 643-456-2132-05-7.
5. Рубцов Б.Б.: „Мировые рынки ценных бумаг”. – М.: –Екзамен.– 2002. – 448 с. – ISBN: 574-336-7892-03-1.
6. Присняков В.Ф.: „Нестационарная макроэкономика”: – Учебное пособие. – Донецк: Дон – НУ. – 2000. – 209 с. – ISBN: 667-126-1142-06-4
7. Занг В.Б.: „Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории”. – М.: –Мир.– 1999. – 335 с.
8. Нейман Э.Л.: „Трейдер – Инвестор”. – Киев: –ВИРА – Р.– 2003. – 640 с. – ISBN: 227-936-9102-26-2.
9. Обрезков О. Долгосрочная связь временных рядов и паритет покупательной способности. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://quantile.ru/02/02-00.pdf>
10. П. В. Конюховский, О. А. Подкорытова «Длинная память» в обменных курсах. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.econ.pu.ru/>

Надійшла 19.03.2010