

УДК 681.3+519.6

ПОРІВНЯННЯ ВИТРАТ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ РЕСУРСІВ НА ЗБЕРІГАННЯ ВІДНОШЕНЬ НЕЧІТКИХ МНОЖИН ДРУГОГО РОДУ ТА ВІДНОШЕНЬ КВАНТОВИХ НЕЧІТКИХ МНОЖИН ДРУГОГО РОДУ

О.А. ПАСТУХ

Європейський університет

Вперше проведено порівняння витрат обчислювальних ресурсів на зберігання відношень нечітких множин другого роду у нечітких інформаційних системах та зберігання відношень квантових нечітких множин другого роду у квантових нечітких інформаційних системах другого роду. Обчислені та відповідно порівняні між собою асимптотичні оцінки алгоритмічних складностей зберігання бінарних нечітких відношень другого роду та бінарних квантових нечітких відношень другого роду, тернарних нечітких відношень другого роду та тернарних квантових нечітких відношень другого роду, N -арних нечітких відношень другого роду та N -арних квантових нечітких відношень другого роду. Результати порівняння відкривають перспективи для проведення наукових робіт у даному напрямі

Одним із важливих питань у сфері інформаційних технологій є зменшення обчислювальної складності інформаційних систем при розв'язуванні ними різного роду прикладних задач. Таке питання виникає також і при розгляді проблеми збереження нечітких даних другого роду (зокрема, нечітких відношень другого роду) у нечітких інформаційних системах (f -системах).

Успішне вирішення даного питання можливе, якщо розглядати процес зберігання нечітких даних другого роду не у f -системах, а за допомогою квантових нечітких даних другого роду у квантових нечітких інформаційних системах другого роду ($q_{II}f$ -системах), які завдяки квантовому обчислювальному елементу, квантовому комп'ютеру, володіють квантовими ефектами – квантовою інтерференцією та, що є особливо важливим для даної роботи, це квантовим паралелізмом.

При цьому завжди важливим є порівняння між собою витрат обчислювальних ресурсів, оскільки це є рушійною силою для подальших наукових досліджень.

Об'єкти та методи дослідження

Роботі f -систем з нечіткими даними та нечіткими даними другого роду присвячена велика кількість літературних джерел, серед якої наведемо [1-3]. Квантовим нечітким множинам, які математично формалізують квантові нечіткі дані, що обробляються $q_{II}f$ -системами, присвячені роботи автора, наприклад, [4-7].

Постановка завдання

Порівняти витрати обчислювальних ресурсів на зберігання відношень нечітких множин другого роду у f -системах та відношень квантових нечітких множин другого роду у $q_{II}f$ -системах шляхом визначенням алгоритмічної складності.

Результати та їх обговорення

Можливість представлення деяких квантових нечітких відношень другого роду у вигляді декартового добутку унарних квантових нечітких відношень другого роду (нечітких множин другого роду) є важливим моментом, оскільки, завдяки цьому можливо суттєво зменшити витрати обчислювальних ресурсів (ресурсів пам'яті) $q_{II}f$ -систем.

Нехай бінарне нечітке відношення другого роду $f_{II}R_2$ задається декартовим добутком $f_{II}A_1 \times f_{II}A_2$ нечітких множин другого роду з індикаторними функціями відповідно $I_{f_{II}A_1}(u_{1_{i_1}})$, $i_1 = \overline{1, n_1}$ та $I_{f_{II}A_2}(u_{2_{i_2}})$, $i_2 = \overline{1, n_2}$, зокрема:

$$I_{f_{II}A_1}(u_{1_{i_1}}) = \begin{cases} I_{f_{A_{1_1}}}(v_j) & u_{1_{i_1}} = u_{1_1}, \\ I_{f_{A_{1_2}}}(v_j) & u_{1_{i_1}} = u_{1_2}, \\ I_{f_{A_{1_3}}}(v_j) & u_{1_{i_1}} = u_{1_3}, \\ \dots & \dots \\ I_{f_{A_{1_{n_1}}}}(v_j) & u_{1_{i_1}} = u_{1_{n_1}}, \end{cases} \quad I_{f_{II}A_2}(u_{2_{i_2}}) = \begin{cases} I_{f_{A_{2_1}}}(v_j) & u_{2_{i_2}} = u_{2_1}, \\ I_{f_{A_{2_2}}}(v_j) & u_{2_{i_2}} = u_{2_2}, \\ I_{f_{A_{2_3}}}(v_j) & u_{2_{i_2}} = u_{2_3}, \\ \dots & \dots \\ I_{f_{A_{2_{n_2}}}}(v_j) & u_{2_{i_2}} = u_{2_{n_2}}, \end{cases} \quad v_j \in V \subset \mathbf{R}, \quad j = \overline{1, m}.$$

Якщо області значень індикаторних функцій $I_{f_{A_{1_i}}}(v_j)$ та $I_{f_{A_{2_j}}}(v_j)$, $v_j \in V \subset \mathbf{R}$, $i_1 = \overline{1, n_1}$, $i_2 = \overline{1, n_2}$, $j = \overline{1, m}$ квантовані на l рівнів, то асимптотична складність зберігання нечітких даних другого роду $f_{II}A_1$ та $f_{II}A_2$, які декартовим множенням дають бінарне нечітке відношення другого роду $f_{II}R_2$ для f -систем становить $O(n_1 \cdot m \cdot l + n_2 \cdot m \cdot l)$.

Розглянемо витрати обчислювальних ресурсів для зберігання нечіткого бінарного відношення другого роду $f_{II}R_2$ на основі квантових нечітких множин другого роду $q_{II}fA_1$ та $q_{II}fA_2$ у $q_{II}f$ -системах. Квантовим аналогом бінарного нечіткого відношення другого роду $f_{II}R_2$ є бінарне квантове нечітке відношення другого роду $q_{II}fR_2$ (таке, що $|I_{q_{II}fR_2}| = I_{f_{II}R_2}$), яке одержується з декартового множення $q_{II}fA_1 \times q_{II}fA_2$ квантових нечітких множин другого роду, індикаторні функції яких рівні визначаються таким чином:

$$I_{q_{II}fA_1}(u_{1_{i_1}}) = \begin{cases} I_{qfA_{1_1}}(v_j) & u_{1_{i_1}} = u_{1_1}, \\ I_{qfA_{1_2}}(v_j) & u_{1_{i_1}} = u_{1_2}, \\ I_{qfA_{1_3}}(v_j) & u_{1_{i_1}} = u_{1_3}, \\ \dots & \dots \\ I_{qfA_{1_{n_1}}}(v_j) & u_{1_{i_1}} = u_{1_{n_1}}, \end{cases} \quad I_{q_{II}fA_2}(u_{2_{i_2}}) = \begin{cases} I_{qfA_{2_1}}(v_j) & u_{2_{i_2}} = u_{2_1}, \\ I_{qfA_{2_2}}(v_j) & u_{2_{i_2}} = u_{2_2}, \\ I_{qfA_{2_3}}(v_j) & u_{2_{i_2}} = u_{2_3}, \\ \dots & \dots \\ I_{qfA_{2_{n_2}}}(v_j) & u_{2_{i_2}} = u_{2_{n_2}}, \end{cases} \quad v_j \in V \subset \mathbf{R}, \quad j = \overline{1, m}.$$

Завдяки квантовому паралелізму, яким володіє квантовий комп'ютер $q_{II}f$ -систем, асимптотична складність зберігання квантових нечітких множин другого роду $q_{II}fA_1$ та $q_{II}fA_2$, які декартовим множенням дають квантове нечітке бінарне відношення другого роду $q_{II}fR_2$, складає таке:

$$O(n_1 \cdot \log_2 m + n_2 \cdot \log_2 m).$$

Витрати обчислювальних ресурсів при зберіганні бінарних нечітких відношень другого роду в $q_{II}f$ -системах на основі бінарних квантових нечітких відношень другого роду, що одержуються з декартового множення квантових нечітких множин другого роду, у порівнянні з витратами обчислювальних ресурсів при їх зберіганні у f -системах є меншими, а саме:

$$\frac{m \cdot l}{\log_2 m} \cdot \frac{n_1 + n_2}{n_1 + n_2} = \frac{m \cdot l}{\log_2 m}$$

Розгляньмо випадок тернарних відношень.

Нехай тернарне нечітке відношення другого роду $f_{III}R_3$ задається декартовим добутком

$f_{II}A_1 \times f_{II}A_2 \times f_{II}A_3$ нечітких множин другого роду з індикаторними функціями таким чином:

$$I_{f_{II}A_1}(u_{1_{i_1}}) = \begin{cases} I_{f_{A_{11}}}(v_j), & u_{1_{i_1}} = u_{1_1}, \\ I_{f_{A_{12}}}(v_j), & u_{1_{i_1}} = u_{1_2}, \\ I_{f_{A_{13}}}(v_j), & u_{1_{i_1}} = u_{1_3}, \\ \dots & \dots \\ I_{f_{A_{1n_1}}}(v_j), & u_{1_{i_1}} = u_{1_{n_1}}, \end{cases} \quad I_{f_{II}A_2}(u_{2_{i_2}}) = \begin{cases} I_{f_{A_{21}}}(v_j), & u_{2_{i_2}} = u_{2_1}, \\ I_{f_{A_{22}}}(v_j), & u_{2_{i_2}} = u_{2_2}, \\ I_{f_{A_{23}}}(v_j), & u_{2_{i_2}} = u_{2_3}, \\ \dots & \dots \\ I_{f_{A_{2n_2}}}(v_j), & u_{2_{i_2}} = u_{2_{n_2}}, \end{cases}$$

$$I_{f_{II}A_3}(u_{3_{i_3}}) = \begin{cases} I_{f_{A_{31}}}(v_j), & u_{3_{i_3}} = u_{3_1}, \\ I_{f_{A_{32}}}(v_j), & u_{3_{i_3}} = u_{3_2}, \\ I_{f_{A_{33}}}(v_j), & u_{3_{i_3}} = u_{3_3}, \\ \dots & \dots \\ I_{f_{A_{3n_3}}}(v_j), & u_{3_{i_3}} = u_{3_{n_3}}, \end{cases} \quad v_j \in V \subset \mathbf{R}, \quad j = \overline{1, m}.$$

Якщо області значень індикаторних функцій $I_{f_{A_{1i_1}}}(v_j)$, $I_{f_{A_{2i_2}}}(v_j)$, $I_{f_{A_{3i_3}}}(v_j)$, $v_j \in V \subset \mathbf{R}$, $i_1 = \overline{1, n_1}$, $i_2 = \overline{1, n_2}$, $i_3 = \overline{1, n_3}$, $j = \overline{1, m}$ квантовані на l рівнів, то асимптотична складність зберігання нечітких даних другого роду $f_{II}A_1$, $f_{II}A_2$ та $f_{II}A_3$, які декартовим множенням дають тернарне нечітке відношення другого роду $f_{II}R_3$ для f -систем становить $O(n_1 \cdot m \cdot l + n_2 \cdot m \cdot l + n_3 \cdot m \cdot l)$.

Розгляньмо витрати обчислювальних ресурсів для зберігання нечіткого тернарного відношення другого роду $f_{II}R_3$ на основі квантових нечітких множин другого роду $q_{II}fA_1$, $q_{II}fA_2$ та $q_{II}fA_3$ у $q_{II}f$ -системах.

Квантовим аналогом нечіткого тернарного відношення другого роду $f_{II}R_3$ є квантове нечітке тернарне відношення другого роду $q_{II}fR_3$ (таке, що $|I_{q_{II}fR_3}| = I_{f_{II}R_3}$), яке одержується з декартового множення $q_{II}fA_1 \times q_{II}fA_2 \times q_{II}fA_3$ квантових нечітких множин другого роду індикаторні функції яких визначаються таким чином:

$$I_{q_{II}fA_1}(u_{1_{i_1}}) = \begin{cases} I_{qf_{A_{11}}}(v_j), & u_{1_{i_1}} = u_{1_1}, \\ I_{qf_{A_{12}}}(v_j), & u_{1_{i_1}} = u_{1_2}, \\ I_{qf_{A_{13}}}(v_j), & u_{1_{i_1}} = u_{1_3}, \\ \dots & \dots \\ I_{qf_{A_{1n_1}}}(v_j), & u_{1_{i_1}} = u_{1_{n_1}}, \end{cases} \quad I_{q_{II}fA_2}(u_{2_{i_2}}) = \begin{cases} I_{qf_{A_{21}}}(v_j), & u_{2_{i_2}} = u_{2_1}, \\ I_{qf_{A_{22}}}(v_j), & u_{2_{i_2}} = u_{2_2}, \\ I_{qf_{A_{23}}}(v_j), & u_{2_{i_2}} = u_{2_3}, \\ \dots & \dots \\ I_{qf_{A_{2n_2}}}(v_j), & u_{2_{i_2}} = u_{2_{n_2}}, \end{cases}$$

$$I_{q_{II}fA_3}(u_{3_{i_3}}) = \begin{cases} I_{qf_{A_{31}}}(v_j), & u_{3_{i_3}} = u_{3_1}, \\ I_{qf_{A_{32}}}(v_j), & u_{3_{i_3}} = u_{3_2}, \\ I_{qf_{A_{33}}}(v_j), & u_{3_{i_3}} = u_{3_3}, \\ \dots & \dots \\ I_{qf_{A_{3n_3}}}(v_j), & u_{3_{i_3}} = u_{3_{n_3}}, \end{cases} \quad v_j \in V \subset \mathbf{R}, \quad j = \overline{1, m}.$$

Асимптотична складність зберігання квантових нечітких множин другого роду $q_{II}fA_1$, $q_{II}fA_2$ та $q_{II}fA_3$, які декартовим множенням дають тернарне квантове нечітке відношення другого роду $q_{II}fR_3$ складає $O(n_1 \cdot \log_2 m + n_2 \cdot \log_2 m + n_3 \cdot \log_2 m)$.

Витрати обчислювальних ресурсів при зберіганні тернарних нечітких відношень другого роду в $q_{II}f$ – системах на основі тернарних квантових нечітких відношень другого роду, що одержуються з декартового множення квантових нечітких множин другого роду, у порівнянні з витратами обчислювальних ресурсів при їх зберіганні у f -системах є минулими, а саме:

$$\frac{m \cdot l}{\log_2 m} \cdot \frac{n_1 + n_2 + n_3}{n_1 + n_2 + n_3} = \frac{m \cdot l}{\log_2 m}$$

З наведеного вище випливає, що у випадку N -арних нечітких відношень другого роду зменшення витрат обчислювальних ресурсів при їх зберіганні на основі N -арних квантових нечітких відношень другого роду, які задаються декартовим добутком $q_{II}fA_1 \times q_{II}fA_2 \times q_{II}fA_3 \times \dots \times q_{II}fA_N$ в $q_{II}f$ – системах буде аналогічним.

Висновки

Вперше шляхом визначення алгоритмічної складності здійснено порівняння витрат обчислювальних ресурсів на зберігання відношень нечітких множин другого роду у f – системах та відношень квантових нечітких множин другого роду у $q_{II}f$ – системах, що відкриває перспективні можливості для нових наукових робіт у даному напрямку.

ЛІТЕРАТУРА

1. Тэрано Т., Асаи К., Сугено М. Прикладные нечеткие системы / Тэрано Т.– М.: Мир, 1993.– 368с.
2. Рыжов А.П. Элементы теории нечетких множеств и ее приложений / Рыжов А.П. – М.: Изд-во МГУ, 2003. – 81с.
3. Мациевский С.В. Нечеткие множества / Мациевский С.В.: Учебное пособие. – Калининград: Изд-во КГУ, 2004. – 176с.
4. Пастух О.А. Квантові нечіткі множини з комплексно значною характеристичною функцією і їх використання для квантового комп'ютера / О.А.Пастух //Вісник Хмельницького національного у-ту. – 2006. – т.1.– №2.– с.158–161.
5. Пастух О.А. Квантова нечітка випадкова подія та її маргінальна амплітуда ймовірності / О.А.Пастух // Вісник Хмельницького національного у-ту.– 2006.– №5.– с.58–60.
6. Пастух О.А. Повний бінарний уніод квантових нечітких булевих підмножин на просторі $[0; \infty)$ / О.А.Пастух // Вісник Хмельницького національного універ-ту.– 2007.– №1. – с.196–198.
7. Пастух О.А. Основи зв'язку між математичними формалізмами інформаційних систем, нечітких інформаційних систем та квантових інформаційних систем //Вісник Хмельницького національного універ-ту. – 2008. – №3. – с.87–98.

Надійшла 17.09.2009