

УДК 681.3+519.6

ПРЕДСТАВЛЕННЯ НЕЧІТКИХ ЧИСЛОВИХ ДАНИХ У КВАНТОВОМУ РЕГІСТРІ КВАНТОВИХ НЕЧІТКИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ

О.А.ПАСТУХ

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

Розглянуто представлення нечітких числових даних у квантовому реєстрі квантових нечітких інформаційних систем за допомогою квантових нечітких двійкових числових даних. В основі представлення лежить дія унітарного оператора Уолша-Адамара, який створює квантову суперпозицію. І за допомогою розглянутого у роботі унітарного оператора розглянуто представлення квантових нечітких числових даних, які є кодами нечітких числових даних.

Із праць [1,2] відомо, що при обробці інформаційними системами великих обсягів даних часто використовують нечіткі інформаційні системи, які застосовують при цьому менші обчислювальні ресурси. І все ж вирішення питання зменшення обчислювальних ресурсів залишається актуальним для свого вирішення. Суттєве зменшення обчислювальних ресурсів можливе у разі використання для розв'язування широкого кола задач квантових нечітких інформаційних систем, які використовують квантовий реєстр, що має квантові ефекти: квантовим паралелізмом та квантовою інтерференцією.

Об'єкти та методи дослідження

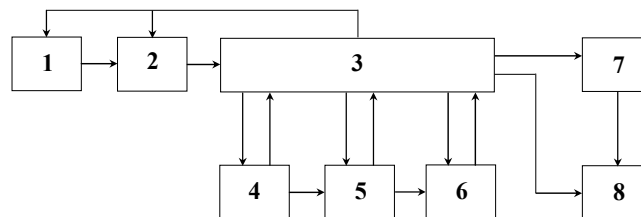
Специфіка функціонування квантового реєстра квантових нечітких інформаційних систем добре розкрита у роботах, наприклад у працях [3, 4]. Варто зазначити, що квантовий реєстр не працює ні з чіткими, ні з нечіткими числовими даними, а лише з квантовими нечіткими числовими даними, що зазначено у роботах [5, 6]. Для того щоб квантовий реєстр міг безпосередньо здійснювати обробку нечітких числових даних, їх потрібно подати у квантовому нечіткому числовому форматі.

Постановка завдання

Математично формалізувати представлення нечітких числових даних у квантовому реєстрі квантових нечітких інформаційних систем.

Результати та їх обговорення

Загальноархітектурний рівень квантових нечітких інформаційних систем (qf -систем) подається у вигляді блок-схеми, яка наведена на рисунку.



Блок-схема, яка загалом відображає архітектурний рівень qf -систем:

1– блок введення чітких числових даних; 2– блок фазифікації; 3– класичний керуючий комп'ютер; 4– блок ініціалізації квантових нечітких числових даних; 5– блок квантових обчислень; 6– блок читання квантових нечітких числових даних з квантового реєстра; 7– блок дефазифікації або виведення нечітких числових даних; 8– виведення чітких числових даних

Загальний алгоритм роботи qf – систем полягає в такому. Вхідні чіткі числові дані з блока 1 потрапляють у блок 2, де вони перетворюються на нечіткий формат. Після цього нечіткі дані потрапляють в блок 3 – класичний керуючий процесор, який в свою чергу перетворює нечіткі дані за допомогою блоків 4 – ініціалізації квантових нечітких числових даних та блока 5 – квантових обчислень (унітарних перетворень) в квантові нечіткі числові дані. Варто зазначити, що якщо вхідними даними є нечіткі числові дані, то алгоритм роботи qf -системи розпочинається аналогічно до наведеної вище послідовності дій, відмінність полягає лише в тому, що він розпочинається з блока 2, а блок 1 в такому разі немає. Крім того, в такому разі слід також зазначити, що наявність блоків 4, 5, 6 робить принципову відмінність qf -систем від нечітких інформаційних систем. Причому ця принципова відмінність полягає в наявності блоків 4, 5, 6, які дають можливість завдяки квантовому паралелізму та квантовій інтерференції уникнути експоненційної алгоритмічної складності, що має місце в роботі нечітких систем, коли збільшується кількість нечітких змінних.

Розгляньмо роботу блоків 3, 4, 5, які реалізують перетворення нечітких числових даних у відповідні їм квантові нечіткі двійкові числові дані квантового регістра і цим самим здійснюють представлення нечітких числових даних у квантовому регістрі квантових нечітких інформаційних систем.

Якщо індикаторні функції нечітких числових даних, які є на виході блока 2, задані на множині $U = \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_L\} \subset \mathbb{R}$ і утворюють на ній нормований функціональний простір

$$I_f(U) = \{I_{fA}(u_i) : i = \overline{1, L}, \quad \forall fA \subset U = \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_L\} \subset \mathbb{R}\}$$

з нормою $\sum_{i=1}^L I_{fA}^2(u_i) = 1$ (у разі, якщо індикаторні функції нечітких числових даних є не нормованими, то над ними здійснюється процес нормування виду

$$I_{fA}(u_i) = \frac{I_{fA}(u_i)}{\sum_{i=1}^L I_{fA}^2(u_i)}, \quad i = \overline{1, L}.$$

то квантовий регістр повинен, як мінімум, містити L квантових бітів.

У такому разі після його ініціалізації, яка здійснюється за допомогою квантового унітарного оператора Уолша-Адамара

$$\mathbf{W} = \mathbf{H}_1 \otimes \mathbf{H}_2 \otimes \mathbf{H}_3 \otimes \dots \otimes \mathbf{H}_L,$$

де $\mathbf{H}_j, j = \overline{1, L}$ – квантові унітарні оператори Адамара, \otimes – тензорний добуток.

Він перебуватиме у квантовому стані, що описуватиметься хвильовою функцією виду

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^L}} \cdot |00\dots 00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2^L}} \cdot |00\dots 01\rangle + \frac{1}{\sqrt{2^L}} \cdot |00\dots 10\rangle + \dots + \frac{1}{\sqrt{2^L}} \cdot |11\dots 11\rangle,$$

яка є індикаторною функцією деякого квантового нечіткого двійкового числа \tilde{qfA} , тобто $|\psi\rangle = I_{\tilde{qfA}}$. При чому

$$\left| \frac{1}{\sqrt{2^L}} \right|^2 + \left| \frac{1}{\sqrt{2^L}} \right|^2 + \left| \frac{1}{\sqrt{2^L}} \right|^2 + \dots + \left| \frac{1}{\sqrt{2^L}} \right|^2 = 1.$$

Якщо розглянути кодування виду

$$u_1 \rightarrow |00\dots 00\rangle, \quad u_2 \rightarrow |00\dots 01\rangle, \quad u_3 \rightarrow |00\dots 10\rangle, \quad \dots, \quad u_L \rightarrow |11\dots 11\rangle,$$

то тоді сукупність індикаторних функцій нечітких числових даних на виході блока 2, можна розглядати заданими на множині $\{|00\dots 00\rangle, |00\dots 01\rangle, |00\dots 10\rangle, \dots, |11\dots 11\rangle\}$ і разом з тим вони є підпростором функціонального простору

$$I_{qf}(U) = \{I_{qfA}(u_i) : i = \overline{1, L}, \forall qfA \subset U = \{|00\dots 00\rangle, |00\dots 01\rangle, |00\dots 10\rangle, \dots, |11\dots 11\rangle\}\}$$

з нормою $\sum_{i=1}^L |I_{qfA}(u_i)|^2 = 1$.

Для того щоб L -кубітний квантовий регістр містив квантове нечітке двійкове число qfA з індикаторною функцією I_{qfA} , яке дорівнювало б нечіткому числу fA з індикаторною функцією I_{fA} , необхідно блоку 5 за командою блоку 3 здійснити над ініціалізованим станом

$$\frac{1}{\sqrt{2^L}} \cdot |00\dots 00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2^L}} \cdot |00\dots 01\rangle + \frac{1}{\sqrt{2^L}} \cdot |00\dots 10\rangle + \dots + \frac{1}{\sqrt{2^L}} \cdot |11\dots 11\rangle$$

L -кубітового квантового регістра унітарне перетворення виду

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{f \rightarrow qf} &= \begin{pmatrix} I_{fA}(u_1) \cdot \sqrt{2^L} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & I_{fA}(u_2) \cdot \sqrt{2^L} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I_{fA}(u_L) \cdot \sqrt{2^L} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} I_{fA}(|00\dots 00\rangle) \cdot \sqrt{2^L} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & I_{fA}(|00\dots 01\rangle) \cdot \sqrt{2^L} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I_{fA}(|11\dots 11\rangle) \cdot \sqrt{2^L} \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

де $I_{fA}(u_i)$ – індикаторна функція нечіткого числа fA , $i = \overline{1, L}$, $U = \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_L\}$, $u_1 = |00\dots 00\rangle$, $u_2 = |00\dots 01\rangle$, $u_3 = |00\dots 10\rangle$, \dots , $u_L = |11\dots 11\rangle$;

тобто

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{f \rightarrow qf} |\psi\rangle &= \begin{pmatrix} I_{fA}(|00\dots 00\rangle) \cdot \sqrt{2^L} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & I_{fA}(|00\dots 01\rangle) \cdot \sqrt{2^L} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I_{fA}(|11\dots 11\rangle) \cdot \sqrt{2^L} \end{pmatrix} \times \\ &\times \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2^L} \\ 1/\sqrt{2^L} \\ 1/\sqrt{2^L} \\ \vdots \\ 1/\sqrt{2^L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{fA}(|00\dots 00\rangle) \\ I_{fA}(|00\dots 01\rangle) \\ I_{fA}(|00\dots 10\rangle) \\ \vdots \\ I_{fA}(|11\dots 11\rangle) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{fA}(u_1) \\ I_{fA}(u_2) \\ I_{fA}(u_3) \\ \vdots \\ I_{fA}(u_L) \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

В такому разі L -кубітний квантовий регістр буде перебувати у квантовому стані

$$I_{qfA} = I_{fA}(u_1) \cdot |00\dots 00\rangle + I_{fA}(u_2) \cdot |00\dots 01\rangle + I_{fA}(u_3) \cdot |00\dots 10\rangle + \dots + I_{fA}(u_L) \cdot |11\dots 11\rangle,$$

що відповідає квантовому нечіткому двійковому числу qfA , яке відповідає нечіткому числу fA . Таким чином, здійснюється перетворення нечіткого числа fA з індикаторною функцією

$$I_{fA}(u_i), \{u_i : i = \overline{1, L}\} = U \subset \mathbb{R},$$

яке є на виході блока 2 у квантове нечітке двійкове число qfA з індикаторною функцією

$$I_{qfA} = I_{fA}(u_1) \cdot |00\dots 00\rangle + I_{fA}(u_2) \cdot |00\dots 01\rangle + I_{fA}(u_3) \cdot |00\dots 10\rangle + \dots + I_{fA}(u_L) \cdot |11\dots 11\rangle,$$

яке міститься у квантовому регістрі і реалізується таке перетворення за допомогою блока 4, що здійснює ініціалізацію L -кубітного квантового регістра, блоку 3, який дає команди блоку 5, що реалізує відповідне унітарне перетворення $U_{f \rightarrow qf}$.

Висновки

Отже, з підсумувавши наведене вище, маємо що представлення нечітких числових даних fA з індикаторною функцією $I_{fA}(u_i)$, $i = \overline{1, L}$ з нормованого функціонального простору $I_f(U = \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_L\} \subset \mathbb{R})$ на виході блока 2 у квантовому регістрі за допомогою блоків 4, 5, 6 у вигляді відповідних їм квантових нечітких двійкових числових даних qfA з індикаторною функцією $I_{qfA}(u_i)$, $i = \overline{1, L}$ уявна частина значень якої дорівнює нулю з нормованого функціонального простору

$$I_{qf} = (U = \{|00\dots 00\rangle, |00\dots 01\rangle, |00\dots 10\rangle, \dots, |11\dots 11\rangle\})$$

може бути реалізовано у вигляді послідовного застосування унітарного оператора Уолша-Адамара W та унітарного оператора $U_{f \rightarrow qf}$ до початкового стану $|00\dots 00\rangle$ квантового регістра.

ЛІТЕРАТУРА

1. Тэрано Т., Асаи К., Сугено М. Прикладные нечеткие системы.– М.: Мир, –1993.– 368с.
2. Bergmann M. An introduction many-valued and fuzzy logic: semantics, algebras, and derivation systems.- New York: Cambridge university, –2008.– 329p.
3. Кокин А.А. Твердотельные ядерные магнито-резонансные (ЯМР) ансамблевые квантовые компьютеры (исследование физических основ и проблем реализации): Автореф. докт.дис. – М., –2003.–187с.
4. Квантовый компьютер и квантовые вычисления / под ред. В.А.Садовниченко.– Ижевск.: Ижевская республиканская типография, –1999.– 288с.
5. Пастух О.А. Квантові нечіткі множини з комплекснозначною характеристичною функцією і їх використання для квантового комп'ютера // Вісник Хмельницького національного у-ту.– 2006. –Т.1. – №2.– с.158–161.
6. Пастух О.А. Квантові нечіткі відношення квантових нечітких множин. Квантові нечіткі графи //Вісник Хмельницького національного у-ту.– 2009.– №1.– с.246–254.

Надійшла 16.06.2009