

УДК 687.053.64,  
687.053.668

**ДВОРЖАК В. М.**

Київський національний університет технологій та дизайну

## **АНАЛІТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ ТИПОВИХ ДВОКРИВОШИПНИХ МЕХАНІЗМІВ ТЕХНОЛОГІЧНИХ МАШИН ЛЕГКОЇ ПРОМИСЛОВОСТІ**

***Мета.** Вдосконалення методів проектування цільових механізмів технологічних машин легкої промисловості із застосуванням прикладних CAD-програм.*

***Методика.** Використані аналітичний метод векторного перетворення координат для розрахунку типових механізмів технологічних машин та чисельний метод розв'язку диференціальних рівнянь.*

***Результати.** Отримані математичні моделі, що описують функції положення рухомих ланок та характерних точок чотириланкового двокривошипного механізму ниткопритягача для швейної машини та динаміку його роботи. Виконано схематичне моделювання механізму в програмі Mathcad. Побудовані графіки залежності кутових швидкості та прискорення від часу та від кута повороту ведучого кривошипа механізму.*

***Наукова новизна.** Запропонований алгоритм чисельно-аналітичного дослідження динаміки роботи плоского чотириланкового двокривошипного шарнірно-важільного механізму на основі чисельного розв'язку диференціального рівняння руху механізму та проведено комп'ютерне моделювання механізму ниткопритягача швейної машини в програмі Mathcad.*

***Практична значимість** роботи полягає у використанні одержаних результатів досліджень при кінематичному та динамічному дослідженні цільових механізмів швейних машин.*

***Ключові слова:** кінематика і динаміка механізмів, двокривошипний механізм, механізм ниткопритягача, швейна машина.*

**Вступ.** У сучасних технологічних машинах легкої промисловості застосовуються цільові механізми, які забезпечують при умовно сталому обертальному русі ведучої ланки нерівномірний обертальний рух веденої ланки. До таких механізмів належать плоскі двокривошипні чотириланкові механізми петельника швейного напіваавтомата для пришивання фурнітури конструктивно-уніфікованого ряду КУР-1095 кл. та його модифікації [1]. Крім цього, на базі двокривошипних чотириланкових механізмів створюються цільові функціонально-адекватні механізми ниткопритягача човникових швейних машин [2].

Грунтовне знання кінематичних та динамічних характеристик подібних механізмів дозволить спроектувати технологічну машину з раціональними параметрами, які впливають на надійність та довговічність роботи машини.

Для дослідження кінематики та динаміки шарнірно-важільних механізмів технологічних машин використовуються переважним чином аналітичні методи розрахунку, які характеризуються високою точністю результатів та можливістю автоматизації розрахунків з використанням сучасних прикладних комп'ютерних програм. Ці методи засновані на отриманні формальних математичних виразів, що описують функції положення, у вигляді функцій кутів повороту рухомих ланок або у вигляді функцій переміщення характерних точок механізму, які застосовуються і в математичних моделях для дослідження динаміки механізмів.

Недоліком існуючих аналітичних методів є складність складання та розв'язку математичних моделей відповідно до структури конкретного механізму та в більшості випадків неможливість отримання аналітичного розв'язку. Крім того, при дослідженні двокривошипних чотириланкових механізмів деякі з аналітичних методів не забезпечують

стабільності обчислення функцій положення рухомих ланок та характерних точок механізму, що не дозволяє виконати динамічний аналіз механізму.

Інструментом для дослідження кінематики та динаміки плоских двокривошипних механізмів може бути аналітичний метод векторного перетворення координат, на базі якого виконується приведення диференціального рівняння руху механізму до системи диференціальних рівнянь з початковими умовами та чисельним розв'язком задачі Коші методом Рунге-Кутти [3] з використанням прикладних комп'ютерних програм.

**Постановка завдання.** У теперішній час глобальної інформатизації постійно вдосконалюється прикладне програмне забезпечення, яке активно використовується для дослідження механізмів технологічних машин – це Maple, MATLAB, Mathcad, CreoParametric, SolidWorks [4]. Необхідність застосування інформаційних технологій для проектування та дослідження пояснюється вимогами до скорочення термінів проектування та дослідження функціонально-досконалих механізмів технологічних машин та підвищення ефективності праці дослідників. Тому розробка методів комп'ютерного моделювання механізмів технологічних машин та застосування для цього сучасних прикладних комп'ютерних програм є своєчасним завданням.

Завданням цього дослідження є створення математичних моделей, які описують динаміку роботи плоского двокривошипного чотириланкового механізму на прикладі механізму ниткопритягача швейної машини човникового стібка, на основі векторних рівнянь кінематики та диференціальних рівнянь динаміки методом Рунге-Кутти; створення програмного коду на основі вказаних математичних залежностей; проведення схемотехнічного моделювання механізму з побудовою графіків візуалізації та анімації в прикладній програмі Mathcad.

**Результати дослідження.** Для дослідження механізму введемо праву систему координат (далі ПСК) з початком в точці  $O$  (рис. 1); механізм розташуємо в площині  $XOY$ ; прийемо, що ця площина є вертикальною. Структуру механізму прийемо отриману в роботі [2]. Механізм представимо в довільному положенні з прикладеними до його ланок силами ваги  $G_1, G_2, G_3$  у відповідних точках центрів мас ланок  $S_1, S_2, S_3$ , прикладеним до ведучої ланки рушійним моментом  $M_1$  та прикладеною в точці  $P_5$  активною силою  $F_5$  (сила корисного опору з боку голкової нитки). Механізм за класифікацією Ассура [5] є механізмом 2-го класу 2-го порядку 1-го виду з однією ведучою ланкою у вигляді механізму 1-го класу 1-го виду. Таким чином, механізм розглядається як механічна система з одним ступенем вільності ( $s=1$ ). Узагальненою координатою механізму  $q_1$  виступатиме кут повороту ведучого кривошипа  $q_1 = \varphi_1$ .

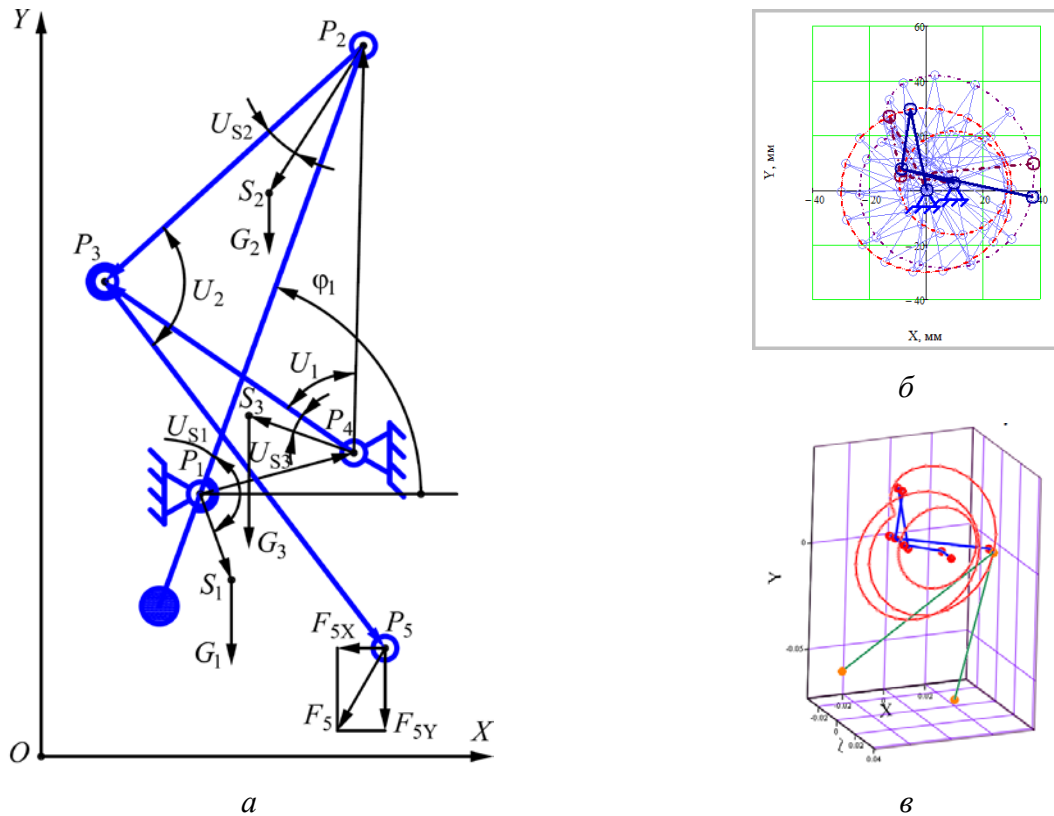


Рис. 1. Схеми двокривошипного чотириланкового механізму ниткопритягувача швейної машини: *a* – розрахункова; *б* – 2D візуалізації в Mathcad, суміщена з 24 положеннями механізму; *в* – 3D візуалізації в Mathcad, суміщена з контуром голкової нитки

Для розрахунку механізму скористаємося векторним методом перетворення координат [6, 7], який дозволяє явно виразити функції кутів повороту рухомих ланок та функції положення характерних точок механізму через узагальнену координату  $\varphi_1$ .

Дослідження проводитимемо за такою послідовністю: складання математичних моделей, що описують функції положення та передаточні функції рухомих ланок та характерних точок механізму; складання виразу для визначення приведенного моменту інерції механізму  $J_{\Sigma}$  та його похідної по куту повороту ведучого кривошипа  $J'_{\Sigma}$ ; складання виразу для визначення узагальненої сили механізму  $Q_1$ ; складання диференціального рівняння руху механізму з початковими умовами та чисельним розв'язком задачі Коші методом Рунге-Кутти; представлення результатів дослідження у вигляді схемотехнічного моделювання та візуалізації кінематичної схеми механізму в Mathcad, графіків закону руху ведучого кривошипа  $\varphi_1(t)$ , його кутової швидкості  $\omega_1(t)$  та кутового прискорення  $\varepsilon_1(t)$ .

За методом векторного перетворення координат визначимо радіус-вектори характерних точок механізму – центрів кінематичних пар ланок  $P_2, P_3, P_5$  та центрів мас ланок  $S_1, S_2, S_3$  в проекціях на осі ПСК залежно від кута повороту ведучого кривошипа  $\varphi_1$ . Заданими є такі параметри: довжини ланок  $l_{i,j}$ , координати стояків  $P_1 := (P_{1X} \ P_{1Y} \ 0)^T$ ,  $P_4 := (P_{4X} \ P_{4Y} \ 0)^T$ , відстані до центрів мас ланок  $l_{i,S_j}$ , кути, що визначають положення центрів мас ланок  $U_{S_i}$ , та кут нахилу важеля ниткопритягача до лінії шатуна  $U_2$ .

$$P_{2X}(\varphi_1) := P_{1X} + l_{1-2} \cdot \cos(\varphi_1); \quad P_{2Y}(\varphi_1) := P_{1Y} + l_{1-2} \cdot \sin(\varphi_1); \quad (1)$$

$$P_{4\_2X}(\varphi_1) := P_{2X}(\varphi_1) - P_{4X}; \quad P_{4\_2Y}(\varphi_1) := P_{2Y}(\varphi_1) - P_{4Y}. \quad (2)$$

Визначаємо змінну довжину вектора  $P_{4\_2}$ :

$$l_{4\_2}(\varphi_1) := \sqrt{(P_{4\_2X}(\varphi_1))^2 + (P_{4\_2Y}(\varphi_1))^2}. \quad (3)$$

Визначаємо змінний кут  $U_1$  між векторами  $P_{4\_2}$  та  $P_{2\_3}$ :

$$U_1(\varphi_1) := \arccos\left(\frac{(l_{4\_2}(\varphi_1))^2 + l_{4\_3}^2 - l_{2\_3}^2}{2 \cdot l_{4\_2}(\varphi_1) \cdot l_{4\_3}}\right). \quad (4)$$

$$P_{3X}(\varphi_1) := P_{4X} + [P_{4\_2X}(\varphi_1) \cdot \cos(W_1 \cdot U_1(\varphi_1)) - P_{4\_2Y}(\varphi_1) \cdot \sin(W_1 \cdot U_1(\varphi_1))] \cdot \frac{l_{4\_3}}{l_{4\_2}(\varphi_1)}; \quad (5)$$

$$P_{3Y}(\varphi_1) := P_{4Y} + [P_{4\_2X}(\varphi_1) \cdot \sin(W_1 \cdot U_1(\varphi_1)) + P_{4\_2Y}(\varphi_1) \cdot \cos(W_1 \cdot U_1(\varphi_1))] \cdot \frac{l_{4\_3}}{l_{4\_2}(\varphi_1)}. \quad (6)$$

У виразах (5) та (6) параметр  $W_1$  визначає варіант складання механізму (прийемо, що при обході діади з точки  $P_2$  послідовно через точки  $P_3$  та  $P_4$  знову до точки  $P_2$  за годинниковою стрілкою  $W_1 = 1$ , проти –  $W_1 = -1$ ).

$$P_{2\_3X}(\varphi_1) := P_{3X}(\varphi_1) - P_{2X}(\varphi_1); \quad P_{2\_3Y}(\varphi_1) := P_{3Y}(\varphi_1) - P_{2Y}(\varphi_1); \quad (7)$$

$$P_{5X}(\varphi_1) := P_{3X}(\varphi_1) + [-P_{2\_3X}(\varphi_1) \cdot \cos(U_2) + P_{2\_3Y}(\varphi_1) \cdot \sin(U_2)] \cdot \frac{l_{3\_5}}{l_{2\_3}}; \quad (8)$$

$$P_{5Y}(\varphi_1) := P_{3Y}(\varphi_1) + [-P_{2\_3X}(\varphi_1) \cdot \sin(U_2) - P_{2\_3Y}(\varphi_1) \cdot \cos(U_2)] \cdot \frac{l_{3\_5}}{l_{2\_3}}; \quad (9)$$

$$S_{1X}(\varphi_1) := P_{1X} + l_{1\_S1} \cdot \cos(\varphi_1); \quad S_{1Y}(\varphi_1) := P_{1Y} + l_{1\_S1} \cdot \sin(\varphi_1); \quad (10)$$

$$S_{2X}(\varphi_1) := P_{2X}(\varphi_1) + [P_{2\_3X}(\varphi_1) \cdot \cos(U_{S2}) - P_{2\_3Y}(\varphi_1) \cdot \sin(U_{S2})] \cdot \frac{l_{2\_S2}}{l_{2\_3}}; \quad (11)$$

$$S_{2Y}(\varphi_1) := P_{2Y}(\varphi_1) + [P_{2\_3X}(\varphi_1) \cdot \sin(U_{S2}) + P_{2\_3Y}(\varphi_1) \cdot \cos(U_{S2})] \cdot \frac{l_{2\_S2}}{l_{2\_3}}; \quad (12)$$

$$S_{3X}(\varphi_1) := P_{4X} + [P_{4\_3X}(\varphi_1) \cdot \cos(U_{S3}) - P_{4\_3Y}(\varphi_1) \cdot \sin(U_{S3})] \cdot \frac{l_{4\_S3}}{l_{4\_3}}; \quad (13)$$

$$S_{3Y}(\varphi_1) := P_{4Y} + [P_{4\_3X}(\varphi_1) \cdot \sin(U_{S3}) + P_{4\_3Y}(\varphi_1) \cdot \cos(U_{S3})] \cdot \frac{l_{4\_S3}}{l_{4\_3}}. \quad (14)$$

Диференціальне рівняння руху механізму з одним ступенем вільності запишемо у формі рівняння Лагранжа II роду [5]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_1} = Q_1; \quad q_1 = \varphi_1. \quad (15)$$

Кінетична енергія  $T$  механізму у випадку використання ведучого кривошипа в якості ланки приведення записується у вигляді [5]:

$$T = \frac{1}{2} \cdot J_{\Sigma} \cdot \dot{\varphi}_1^2; \quad (16)$$

де  $J_{\Sigma}$  – приведений момент інерції механізму;  $\dot{\varphi}_1$  – кутова швидкість ланки

приведення;  $Q_1$  – узагальнена сила механізму.

Тоді з урахуванням виразу (16), вираз (15) представляється у вигляді [5, 8]:

$$J_{\Sigma} \cdot \ddot{\varphi}_1 + \frac{1}{2} \cdot J'_{\Sigma} \cdot \dot{\varphi}_1^2 = Q_1. \quad (17)$$

Приведений момент інерції механізму  $J_{\Sigma}$  визначається за виразом [5, 8]:

$$J_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n \left[ J_{S_i} \cdot (\varphi'_i)^2 + m_i \cdot (S'_i)^2 \right]; \quad (18)$$

де  $J_{S_i}$  – моменти інерції ланок відносно осей, які походять через точки центрів мас ланок перпендикулярно до площини їхнього руху;  $m_i$  – маси ланок;  $|\varphi'_i|$  та  $|S'_i|$  модулі векторів перших передаточних функцій, які визначаються як похідні від функцій кутів положення ланок  $\varphi_i$  та функцій радіус-векторів точок центрів мас ланок  $S_i$  по куту  $\varphi_1$ ; прийемо, якщо в позначенні імені функції використовується штрих у верхньому індексі, то це означатиме диференціювання по куту  $\varphi_1$ , якщо крапка над іменем функції – диференціювання по часу  $t$ , тобто:

$$\varphi'_i = \frac{d\varphi_i}{d\varphi_1}; \quad S'_i = \frac{dS_i}{d\varphi_1}; \quad \dot{\varphi}_1 = \frac{d\varphi_1}{dt}; \quad \dot{\varphi}_1 = \frac{d\dot{\varphi}_1}{dt}; \quad J'_{\Sigma} = \frac{dJ_{\Sigma}}{d\varphi_1}. \quad (19)$$

Для механізму, що досліджується, запишемо вираз приведенного моменту інерції згідно з виразом (18) та з урахуванням позначень (19):

$$J_{\Sigma}(\varphi_1) := \left[ J_{S1} + m_1 \cdot (S'_1(\varphi_1))^2 \right] + \left[ J_{S2} \cdot (\varphi'_{2\_3Z}(\varphi_1))^2 + m_2 \cdot (S'_2(\varphi_1))^2 \right] + \dots \\ \dots + \left[ J_{S3} \cdot (\varphi'_{4\_3Z}(\varphi_1))^2 + m_3 \cdot (S'_3(\varphi_1))^2 \right] \quad (20)$$

Для визначення узагальненої сили механізму  $Q_1$  будемо користуватися виразом [8]:

$$Q_1 = \sum_{j=1}^f (F_j \cdot P'_j) + \sum_{k=1}^m (M_k \cdot \varphi'_k); \quad (21)$$

де  $F_j$  – вектори сил, що діють на ланки механізму;  $P'_j$  – вектори перших передаточних функцій радіус-векторів точок прикладання сил;  $M_k$  – вектори моментів, що діють на ланки механізму;  $\varphi'_k$  – вектори перших передаточних функцій кутів повороту ланок механізму.

Для механізму, що досліджується, запишемо вираз узагальненої сили згідно з виразом (21):

$$Q_1(\varphi_1) := G_{1Y} \cdot S'_{1Y}(\varphi_1) + G_{2Y} \cdot S'_{2Y}(\varphi_1) + G_{3Y} \cdot S'_{3Y}(\varphi_1) + \dots; \\ \dots + F_{5X}(\varphi_1) \cdot P'_{5X}(\varphi_1) + F_{5Y}(\varphi_1) \cdot P'_{5Y}(\varphi_1) + M_{1Z} \quad (22)$$

Для визначення похідних від функцій по куту  $\varphi_1$  у виразах (20) та (22) в Mathcad будемо користуватися функцією користувача для чисельного диференціювання:

$$r'(r, \varphi_1, \Delta) := \frac{r(\varphi_1 + \Delta) - r(\varphi_1)}{\Delta}; \quad (23)$$

де  $r$  – будь-яка вектор-функція;  $\Delta$  – заданий приріст аргументу вектор-функції  $r$ , наприклад  $\Delta = 10^{-6}$  рад.

Вектор перших передаточних функцій кутів повороту ланок по куту  $\varphi_1$  визначатимемо в Mathcad з використанням функції користувача (24):

$$\varphi'(r, r') := \frac{r \times r'}{|r|^2}. \quad (24)$$

З використанням виразів (23) та (24) визначаємо складові виразу для розрахунку узагальноної сили (22):

$$P_{4\_3X}(\varphi_1) := P_{3X}(\varphi_1) - P_{4X}; \quad P_{4\_3Y}(\varphi_1) := P_{3Y}(\varphi_1) - P_{4Y} \quad (25)$$

$$\varphi'_{2\_3Z}(\varphi_1) := \frac{1}{l_{2\_3}^2} \cdot [P_{2\_3X}(\varphi_1) \cdot r'(P_{2\_3Y}, \varphi_1, \Delta) - P_{2\_3Y}(\varphi_1) \cdot r'(P_{2\_3X}, \varphi_1, \Delta)]; \quad (26)$$

$$\varphi'_{4\_3Z}(\varphi_1) := \frac{1}{l_{4\_3}^2} \cdot [P_{4\_3X}(\varphi_1) \cdot r'(P_{4\_3Y}, \varphi_1, \Delta) - P_{4\_3Y}(\varphi_1) \cdot r'(P_{4\_3X}, \varphi_1, \Delta)]; \quad (27)$$

$$S'_{1X}(\varphi_1) := r'(S_{1X}, \varphi_1, \Delta); \quad S'_{1Y}(\varphi_1) := r'(S_{1Y}, \varphi_1, \Delta); \quad S'_1(\varphi_1) := \sqrt{S'_{1X}(\varphi_1) + S'_{1Y}(\varphi_1)}; \quad (28)$$

$$S'_{2X}(\varphi_1) := r'(S_{2X}, \varphi_1, \Delta); \quad S'_{2Y}(\varphi_1) := r'(S_{2Y}, \varphi_1, \Delta); \quad S'_2(\varphi_1) := \sqrt{S'_{2X}(\varphi_1) + S'_{2Y}(\varphi_1)}; \quad (29)$$

$$S'_{3X}(\varphi_1) := r'(S_{3X}, \varphi_1, \Delta); \quad S'_{3Y}(\varphi_1) := r'(S_{3Y}, \varphi_1, \Delta); \quad S'_3(\varphi_1) := \sqrt{S'_{3X}(\varphi_1) + S'_{3Y}(\varphi_1)}; \quad (30)$$

$$P'_{5X}(\varphi_1) := r'(P_{5X}, \varphi_1, \Delta); \quad P'_{5Y}(\varphi_1) := r'(P_{5Y}, \varphi_1, \Delta); \quad (31)$$

Також, використовуючи функцію користувача (23), визначимо похідну по узагальненій координаті  $\varphi_1$  від приведенного моменту інерції  $J'_\Sigma$ :

$$J'_\Sigma(\varphi_1) := r'(J_\Sigma, \varphi_1, \Delta). \quad (32)$$

Для врахування дисипативної складової до рівняння (17) введемо доданок, який враховує вплив непружних сил на механічну систему (наприклад, моменту сил тертя в кінематичних парах, коли саме тертя наближене до рідинного) та дорівнює добутку коефіцієнта дисипації  $b$  на кутову швидкість ланки приведення  $\dot{\varphi}_1$  [9]:

$$J_\Sigma \cdot \ddot{\varphi}_1 + \frac{1}{2} \cdot J'_\Sigma \cdot \dot{\varphi}_1^2 + b \cdot \dot{\varphi}_1 = Q_1. \quad (33)$$

Для розв'язку в Mathcad диференціального рівняння другого порядку (33) скористаємося чисельним методом Рунге-Кутти [10], застосовуючи вбудовану до Mathcad функцію «rkfixed» [10]. Для цього понизимо порядок диференціального рівняння (33), виконавши заміну параметрів відповідно до виразів (34), і з використанням нових параметрів запишемо систему з двох диференціальних рівнянь першого порядку (35):

$$Y_1 = \varphi_1; \quad Y_2 = \dot{Y}_1; \quad (34)$$

$$\begin{cases} \dot{Y}_1 = Y_2 \\ J_\Sigma \cdot \dot{Y}_2 + \frac{1}{2} \cdot J'_\Sigma \cdot Y_2^2 + b \cdot Y_2 = Q_1 \end{cases}; \quad (35)$$

З урахуванням семантики Mathcad функція «rkfixed» вимагає введення аргументів, якими виступають: вектор початкових значень параметрів системи диференціальних рівнянь  $I$ , а саме кута  $\varphi_1 = f_0$  та його похідної по часу  $\dot{\varphi}_1 = df_0$  (36); початкові та кінцеві значення інтервалу розрахунку відповідно  $t_0$  та  $t_{\max}$ ; кількість кроків розрахунку  $n_{\max}$  (38); вектор  $D(t, Y)$  перших похідних  $\dot{Y}_1$  та  $\dot{Y}_2$  (37). Значення початкового кута  $f_0$  вибиралося таким

чином, щоб воно відповідало положенню «рівноваги» механізму, тобто такому положенню, коли на рухомі ланки механізму діяли б тільки сили ваги  $G_1, G_2, G_3$ , прикладені у відповідних точках центрів мас ланок  $S_1, S_2, S_3$ .

Запишемо обчислювальний блок в Mathcad для розв'язку диференціального рівняння руху (33):

$$I := \begin{pmatrix} f_0 \\ df_0 \end{pmatrix}; \quad (36)$$

$$D(t, Y) := \left[ \frac{1}{J_{\Sigma}(Y_1)} \cdot \left[ Q_1(Y_1) - \left( \frac{1}{2} \cdot J'_{\Sigma}(Y_1) \cdot Y_2^2 + b \cdot Y_2 \right) \right] \right]; \quad (37)$$

$$t_0 := 0; \quad t_{\max} := 1; \quad n_{\max} := 10^3; \quad (38)$$

$$B := \text{rkfixed}(I, t_0, t_{\max}, n_{\max}, D). \quad (39)$$

Результатом обчислення функції  $B$  у Mathcad за виразом (39) є таблиця (рис. 2), першим стовпчиком якої є значення часу  $t$ , другим – кут  $\varphi_1(t)$ , третім – кутова швидкість  $\omega_1(t)$ :

	1	2	3
1	0	2.985	0
2	$5 \cdot 10^{-4}$	2.986	5.378
3	$1 \cdot 10^{-3}$	2.99	10.724
4	$1.5 \cdot 10^{-3}$	2.997	16.006
5	$2 \cdot 10^{-3}$	3.006	21.193
6	$2.5 \cdot 10^{-3}$	3.018	26.254
7	$3 \cdot 10^{-3}$	3.032	31.156
8	$3.5 \cdot 10^{-3}$	3.049	35.868
9	$4 \cdot 10^{-3}$	3.068	40.361
10	$4.5 \cdot 10^{-3}$	3.089	44.603
11	$5 \cdot 10^{-3}$	3.112	48.566
12	$5.5 \cdot 10^{-3}$	3.138	52.226
13	$6 \cdot 10^{-3}$	3.165	55.556
14	$6.5 \cdot 10^{-3}$	3.193	58.536
15	$7 \cdot 10^{-3}$	3.223	61.147
16	$7.5 \cdot 10^{-3}$	3.254	...

Рис. 2. Таблиця результатів обчислення в Mathcad функції  $B$  за виразом (39)

Для визначення кутового прискорення  $\varepsilon_1(t)$  та представлення результатів дослідження у вигляді графіків введемо в розгляд дискретну змінну  $i$ , початкове значення якої дорівнюватиме одиниці, а кінцеве значення – номеру останнього рядка таблиці результатів  $B$ .

$$i := 1..rows(B). \quad (40)$$

За допомогою дискретної змінної  $i$  сформуємо в Mathcad таблиці значень часу  $t_i$ , кута  $f_{1i}$ , кутової швидкості  $\omega_{1i}$ :

$$t_i := \left( B^{(1)} \right)_i; \quad f_{1i} := \left( B^{(2)} \right)_i; \quad \omega_{1i} := \left( B^{(3)} \right)_i. \quad (41)$$

З рівняння (33) з використанням виразів (41) визначаємо кутове прискорення  $\varepsilon_{1i}$ :

$$\varepsilon_{1i} := \frac{1}{J_{\Sigma}(f_{1i})} \cdot \left[ Q_1(f_{1i}) - \left( \frac{1}{2} \cdot J_{\Sigma}(f_{1i}) \cdot (\omega_{1i})^2 + b \cdot \omega_{1i} \right) \right]. \quad (42)$$

Аналізуючи отримані результати, представлені на рис. 3 та рис. 4, можна зробити висновок про характер зміни амплітуди кутової швидкості ведучого кривошипа та градієнта його кутового прискорення при заданих (синтезованих) розмірах та маса-інерційних параметрах ланок механізму, що досліджується, а отже, і про нерівномірність усталеного руху механізму. Для дослідження були прийняті такі геометричні параметри механізму (в мм): координати стояків  $P_1 := (0 \ 0 \ 0)^T$ ;  $P_4 := (9,66 \ 2,59 \ 0)^T$ ; довжини ланок (в мм):  $l_{1\_2} := 30$ ;  $l_{2\_3} := 22$ ;  $l_{4\_3} := 19$ ;  $l_{3\_5} := 47$ ; відстані до центрів мас (в мм):  $l_{1\_S1} := 5$ ;  $l_{2\_S2} := 5$ ;  $l_{4\_S3} := 15$ ; кутові параметри (в град.):  $U_2 := -95$ ;  $U_{S1} := 180$ ;  $U_{S2} := -30$ ;  $U_{S3} := 0$ ; моменти інерції ланок (в кг·м<sup>2</sup>):  $J_{S1} := 35 \times 10^{-6}$ ;  $J_{S2} := 25 \times 10^{-6}$ ;  $J_{S3} := 8,5 \times 10^{-6}$ ; маси ланок (в г):  $m_1 := 10$ ;  $m_2 := 6,5$ ;  $m_3 := 8,5$ ; рушійний момент (в Н·м):  $M_1 := 0,05$ ; коефіцієнт опору (в Н·м·с):  $b := 10 \times 10^{-6}$ ; початковий кут кривошипа (в град.):  $\varphi_0 := 101$ .

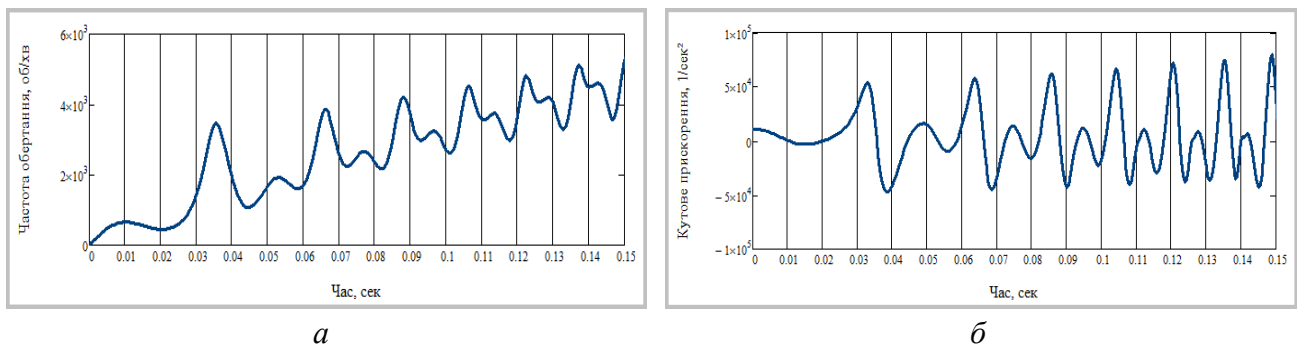


Рис. 3. Графіки залежності від часу  $t$ :  $a$  – частоти обертання кривошипа  $n_1 = \omega_{1i} \cdot 30 / \pi$ ;  $b$  – кутового прискорення  $\varepsilon_{1i}$

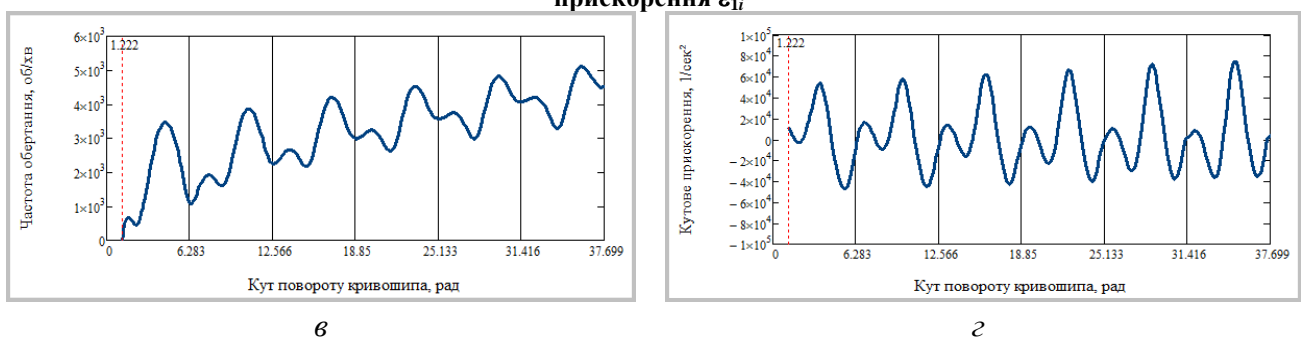


Рис. 4. Графіки залежності від кута повороту  $f_1$ :  $v$  – частоти обертання кривошипа  $n_1 = \omega_{1i} \cdot 30 / \pi$ ;  $z$  – кутового прискорення  $\varepsilon_{1i}$

Зміною конструктивних та масових параметрів механізму можна досягти зменшення нерівномірності усталеного руху механізму. Подальші дослідження будуть спрямовані на отримання раціональної конструкції чотириланкового двокривошипного механізму ниткопритягача з використанням отриманих динамічних моделей в програмі Matcad.

**Висновки.** Отримані математичні вирази за методом векторного перетворення



координат, що в явному вигляді виражають функції кутів повороту рухомих ланок та функції положення характерних точок чотириланкового двокривошипного механізму ниткопритягача через узагальнену координату  $\varphi_1$ . Для вказаного механізму складено диференціальне рівняння руху, розв'язок якого виконаний чисельним методом Рунге-Кутти із застосуванням програми Mathcad. Побудовані графіки залежності частоти обертання кривошипа від часу  $n_1(t)$  та від кута повороту  $n_1(\varphi_1)$ , графіки залежності кутового прискорення кривошипа від часу  $\varepsilon_1(t)$  та від кута повороту  $\varepsilon_1(\varphi_1)$ , за допомогою яких можна зробити висновок про характер зміни амплітуд кутових швидкості та прискорення ведучого кривошипа та дослідити нерівномірність усталеного руху механізму при синтезованих геометричних та прийнятих конструктивних параметрах механізму. Результати можуть бути використані для дослідження кінематики та динаміки подібних механізмів із застосуванням методу векторного перетворення координат із застосуванням програми Mathcad.

*Результати досліджень впроваджені в навчальні дисципліни «Схемотехнічне проектування машин» та «Розрахунок та конструювання типових машин» кафедри прикладної механіки та машин КНУТД.*

### Література

1. Франц В. Я. Оборудование швейного производства / В. Я. Франц – М. : Издательский центр «Академия», 2010. – 448 с.
2. Семин А. Г. Двухкривошипный четырехзвенный нитепритягиватель швейной машины / А. Г. Семин, Д. В. Корнеев, А. Г. Кириллов, Н. И. Михеева // Вісник Київського національного університету технологій та дизайну. – 2013. – № 5. – С. 33-37.
3. Иванов А. Б. Метод расчета рычажных механизмов: [Электронный ресурс] / Иванов А. Б., Селицкий Ф. И. Режим доступа: <http://old.exponenta.ru/educat/systemat/selitskiy-ivanov/index.asp>
4. Кіницький Я. Т. Аналітичне дослідження кінематики механізмів III класу з використанням системи Mathcad / Я. Т. Кіницький, М. В. Марченко, В. О. Харжевський // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2013. – № 6. – С. 7-10.
5. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин / И. И. Артоболевский – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 640 с.
6. Орловський Б. В. Метричний синтез оберненого кулісного механізму ниткопритягача швейної машини. Повідомлення 1 [електронний ресурс] / Б. В. Орловський, В. М. Дворжак, Є. С. Радченко // Технології та дизайн. – 2011. – № 1. – Режим доступу до журн.: [http://www.nbu.gov.ua/e-journals/td/2011\\_1/2011-1.html](http://www.nbu.gov.ua/e-journals/td/2011_1/2011-1.html).

### References

1. Frants, V. Ya. (2010). *Oborudovanie shveyного proizvodstva. [Sewing production equipment]*. Moscow: Akademiya [in Russian].
2. Semin, A. G., Korneenko, D. V., Kirillov, A. G. & Miheeva, N. I. (2013). *Dvuhkrivoshipnyi chetyrehzvennyi niteprityagivatel shveyной mashiny. [Two-cranked four-part sewing machine thread take-up machine]*. Kyiv: KNUTD, 5, 33-37 [in Russian].
3. Ivanov, A. B., Selitskiy, F. I. (2013). *Metod rascheta ryichazhnyih mehanizmov. [Method of calculating linkage mechanisms]*. Retrieved from: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/Patp\\_2013\\_1\\_7](http://nbuv.gov.ua/UJRN/Patp_2013_1_7) [in Russian].
4. Kinytskyy, Ya. T., Marchenko, M. V. & Kharzhevskyy, V. O. (2013). *Analitychne doslidzhennya kinematyky mekhanizmiv III klasu z vykorystanniam systemy Mathcad. [Analytical study of kinematics of mechanisms of the III class using the system Mathcad]*. Khmelnytsky: KhNU. Tekhnichni nauky, 6, 7-10 [in Ukrainian].
5. Artobolevskiy, I. I. (1988). *Teoriya mehanizmov i mashin [Theory of mechanisms and machines]*. Moscow: Nauka [in Russian].
6. Orlovskyy, B. V., Dvorzhak, V. M. & Radchenko, Ye. S. (2011). *Metrychnyy syntez obrnenoho kulisnoho mekhanizmu nytkoprytyahuvacha shveyной mashyny. Povidomlennya 1 [Metric synthesis is wrapped in a wedge-shaped manner to the mechanism of the sewing machine. Priority 1]*. Kyiv: Tekhnolohiyi ta dyzayn, 1. Retrieved from: [http://www.nbu.gov.ua/e-journals/td/2011\\_1/2011-1.html](http://www.nbu.gov.ua/e-journals/td/2011_1/2011-1.html).

7. Орловський Б. В. Метричний синтез оберненого кулісного механізму ниткопритягувача швейної машини. Повідомлення 2 [електронний ресурс] / Б. В. Орловський, В. М. Дворжак, Є. С. Радченко // Технології та дизайн. – 2012. – № 1. – Режим доступу до журн.: [http://www.nbu.gov.ua/e-journals/td/2012\\_1/2012-1.html](http://www.nbu.gov.ua/e-journals/td/2012_1/2012-1.html)
8. Sherban V. Yu. Software components of the system for the kinematic and dynamic analysis of machines for sewing, textile and shoe industries / V. Yu. Sherban // Мехатронні системи: інновації та інжиніринг : тези доповідей Міжнародної науково-практичної конференції, 15 червня 2017 р. – Київ : КНУТД, 2017. – С. 28-29.
9. Левитский Н. И. Теория механизмов и машин / Н. И. Левитский – М. : Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 576 с.
10. Макаров Е. Г. Инженерные расчеты в MathCAD. / Е. Г. Макаров – СПб. : Питер, 2005. – 448 с. – ISBN 5-94723-530-7.
11. Владимир Дворжак. (2017). Двухкривошипный четырёхзвенный механизм [відео] / YouTube. 18 червня ([https://youtu.be/RNd\\_rQ5bk8A](https://youtu.be/RNd_rQ5bk8A)).
- journals/td/2011\_1/2011-1.html [in Ukrainian].
7. Orlovskyy, B. V., Dvorzhak, V. M. & Radchenko, Ye. S. (2011). *Metrychnyy syntez obrnenoho kulisnoho mekhanizmu nitykoprityahuvacha shveynoyi mashyny. Povidomlennya 2 [Metric synthesis is wrapped in a wedge-shaped manner to the mechanism of the sewing machine. Priority 2]*. Kyiv: Tekhnolohiyi ta dyzayn, 1. Retrieved from: [http://www.nbu.gov.ua/e-journals/td/2012\\_1/2012-1.html](http://www.nbu.gov.ua/e-journals/td/2012_1/2012-1.html) [in Ukrainian].
8. Sherban, V. Yu. (2017). *Software components of the system for the kinematic and dynamic analysis of machines for sewing, textile and shoe industries. Mechatronic Systems: Innovation and Engineering: Abstracts of the International Scientific and Practical Conference (June 15, 2017, pp. 28-29)*. Kyiv: KNUTD.
9. Levitskij, N. I. (1979). *Teorija mehanizmov i mashin [Theory mechanisms and machines]*. Moscow: Nauka [in Russian].
10. Makarov, E. G. (2005). *Inzhenernye raschety v MathCAD. [Engineering calculations in MathCAD]*. St. Petersburg: Piter [in Russian].
11. Vladimir Dvorzhak. (2015). *Two-cranked four-link mechanism [video]* / YouTube. June 18 ([https://youtu.be/RNd\\_rQ5bk8A](https://youtu.be/RNd_rQ5bk8A)).

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ТИПОВЫХ ДВУХКРИВОШИПНЫХ МЕХАНИЗМОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН ЛЕГКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

ДВОРЖАК В. М.

Киевский национальный университет технологий и дизайна

**Цель.** Совершенствование методов проектирования механизмов технологических машин легкой промышленности с применением прикладных CAD-программ.

**Методика.** Использованы аналитический метод векторного преобразования координат для расчета типовых механизмов технологических машин и численный метод решения дифференциальных уравнений.

**Результаты.** Получены математические модели, описывающие функции положения подвижных звеньев и характерных точек четырехзвенного двухкривошипного механизма нитепритягивателя для швейной машины и динамику его работы. Выполнено схематехническое моделирование механизма в программе Mathcad. Построены графики зависимости угловых скорости и ускорения от времени и от угла поворота ведущего кривошипа механизма.

**Научная новизна.** Предложен алгоритм численно-аналитического исследования динамики работы плоского четырехзвенного двухкривошипного шарнирно-рычажного механизма на основе численного решения дифференциального уравнения движения механизма и проведено компьютерное моделирование механизма нитепритягивателя швейной машины в программе Mathcad.

**Практическая значимость** работы заключается в использовании полученных результатов исследований при кинематическом и динамическом исследовании целевых механизмов швейных машин.

**Ключевые слова:** кинематика и динамика механизмов, двухкривошипный механизм, механизм нитепритягивателя, швейная машина.

**ANALYTICAL RESEARCH OF THE DYNAMICS OF TYPICAL TWO-CRANK  
MECHANISMS OF TECHNOLOGICAL MACHINES OF LIGHT INDUSTRY**

DVORZHAK V. M.

*Kyiv National University of Technologies and Design*

**Purpose.** *Improving methods of designing technological machines mechanisms of light industry in CAD-programs.*

**Methodology.** *The analytical method of vector transformation of coordinates for calculation of typical mechanisms of technological machines and a numerical method for solving differential equations are used.*

**Findings.** *Mathematical models are obtained that describe the functions of the position of the moving links and the characteristic points of the four-link two-crank mechanism of the thread take-up mechanism for the sewing machine and the dynamics of its operation. Schematic modeling of the mechanism in the Mathcad program was performed. The graphs of the dependence of the angular velocity and acceleration on time and on the angle of rotation of the leading crank of the mechanism are constructed.*

**Originality.** *An algorithm for numerical and analytical study of the dynamics of the flat four-link two-link articulated mechanism on the basis of the numerical solution of the differential equation of motion of the mechanism is proposed, and a computer simulation of the sewing machine thread take-up mechanism in the Mathcad program is carried out.*

**Practical Value** *is to use the results of research in kinematic and dynamic study of the target sewing machine mechanisms.*

**Keywords:** *kinematics and dynamics of mechanisms, two-crank mechanism, thread take-up mechanism, sewing machine.*